

**Direkte Bestimmung flächenhafter Verteilungen
ionosphärischer elektrodynamischer Parameter aus
Bodenmessungen:
Theorie und Anwendung in sphärischen Koordinaten**

Von der Gemeinsamen Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte
D i s s e r t a t i o n

von
Olaf Amm
aus Rendsburg

1. Referent: Prof. Dr. K.H. Glaßmeier
2. Referent: Prof. Dr. J. Untiedt
eingereicht am: 22. Januar 1998
mündliche Prüfung am: 17. April 1998

Druckjahr: 1998

Teilergebnisse aus dieser Arbeit wurden mit Genehmigung der Gemeinsamen Naturwissenschaftlichen Fakultät, vertreten durch die Mentorin oder den Mentor der Arbeit, in folgenden Beiträgen vorab veröffentlicht:

Publikationen

Amm, O.: Ionospheric elementary current systems in spherical coordinates and their application, *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, 947, 1997.

Amm, O.: Method of characteristics in spherical geometry applied to a Harang discontinuity situation, *Ann. Geophys.*, im Druck, 1997.

Tagungsbeiträge (Vorträge)

Amm, O.: Direkte Bestimmung der ionosphärischen elektrodynamischen Parameter aus flächenhaften Bodenmessungen, 57. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Potsdam (1997).

Amm, O.: Two-dimensional Instantaneous-Timestep Distributions of Ionospheric Electrodynamic Parameters from Ground-Based measurements, over the whole or large parts of the auroral Zone: Method of Characteristics in Spherical Geometry, 8th Scientific Assembly of IAGA with ICMA and STP Symposia, Uppsala/ Schweden (1997).

*W*esen erschließt alle Dinge.
Erschließend nährt es/
Nährend gestaltet es/
Gestaltend vollendet es.
So ist Gestaltung zugleich Bestätigung des
Gestaltenden.
So ist Vollendung zugleich Bestätigung des Beginnenden.
Solches geschieht in der Großen Ordnung/
Nicht geschieht es auf Verordnung.
So ist Erschaffung/ doch kein Besitzer.
So ist Inhalt/ doch kein Geber.
So ist Reifung/ doch nicht Gekanntes.
Das ist das Geheimnis des Ungekannten.

LAO TSE, TAO TE KING

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Historisches	1
1.2 Überblick über ausgewählte Methoden zur Bestimmung der Elektrodynamik der Ionosphäre aus flächenhaften Bodenmessungen	4
1.3 Themenstellung dieser Arbeit und Gliederung	8
2 Theorie	12
2.1 Überblick	12
2.2 Modellannahmen, Koordinatensystem, und aus den Annahmen folgende Einschränkungen	13
2.3 Vom Boden zur Ionosphäre: Feldtrennung und -fortsetzung der Magnetfeldstörung am Boden sowie Umrechnung in äquivalente Ströme mittels „spherical cap harmonic analysis” (SCHA)	22
2.4 Rotations- und divergenzfreie ionosphärische Elementarstromsysteme in sphärischen Koordinaten und Anwendungsbeispiel anhand des Modelles eines Cowling-Kanals	29
2.4.1 Überblick über frühere Arbeiten	29
2.4.2 Sphärische Elementarstromsysteme und ihre Superposition zu realen Stromsystemen	30
2.4.3 Berechnung des gesamten rotations- und divergenzfreien Anteiles eines Stromsystemes	34
2.4.4 Anwendungsbeispiel: Modell eines Cowling-Kanals	35
2.4.5 Eine Bemerkung zur Abschätzung feldparalleler Ströme aus äquivalenten Strömen „mit bloßem Auge”	40
2.5 Kerngleichungen der Charakteristikenmethode	42
2.6 Explizit zeitabhängige Situationen	45
3 Einige Methoden zur Interpolation von Meßdaten auf ein reguläres Gitter	47

3.1 Überblick	47
3.2 Inverse distance - Methode	49
3.3 Tesselationsmethoden	50
3.3.1 Lineare Triangulations-Interpolation	51
3.3.2 natural neighbour - Interpolation	52
3.4 Harmonische Interpolation	53
3.5 minimum curvature - Interpolation	53
3.6 Kriging	54
3.7 Interpolation von Vektorfeldern mittels divergenzfreier und rotationsfreier sphärischer Elementarsysteme	56
 4 Anwendung anhand eines elektrodynamischen Modelles der nördlichen Polarlichtzone	 64
 5 Anwendungen anhand von Meßdaten	 72
5.1 Kriterien für die Ereignisauswahl	72
5.2 Beschreibung der Meßgeräte	75
5.2.1 Kohärente Radaranlagen: STARE und SuperDARN	75
5.2.2 Magnetometerketten und -arrays	82
5.3 Ereignisse mit SMA- und STARE-Daten	86
5.3.1 Harang-Diskontinuität am 27. Oktober 1977	86
5.3.2 Starke und lokalisierte longitudinale Leitfähigkeitserhöhung im westwärtigen Elektrojet am 2. Dezember 1977	 99
5.4 Ereignis mit Daten der IMAGE- und Grönland-Magnetometerketten sowie des SuperDARN-Radars	 117
5.4.1 Verstärkte Konvektion im Nachmittagsektor während eines Teilsturmes im Mitternachtsektor am 6. März 1996	 117
 6 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick	 128

Appendix

A. Überblick über die erstellten Programme

A1. Überblick über die Programme nach benutzten Programmiersprachen und Plattformen

A2. Die wichtigsten Dateiformate

A3. Hauptgruppe: Visual Basic für MS/DOS - Programme

A4. Tela - Programme (Auswahl)

A5. FORTRAN 77 - Programme

1 Einleitung

1.1 Historisches

Wer einmal in einer klaren Polarnacht die prächtige, zwischen Bögen, Wellen und Strahlen wechselnde, zugleich unwirklich und zerbrechlich wirkende Leuchterscheinung der Polarlichter gesehen hat, wird sich deren Faszination schwerlich entziehen können. Die ersten überlieferten Beschreibungen dieser auffälligsten Manifestation der physikalischen Vorgänge in der oberen Erdatmosphäre stammen von den griechischen Philosophen Anaxagoras und Aristoteles (er erwähnt sie in seiner „Meteorologie“) sowie von chinesischen Astronomen um 200 Jahre vor Christi Geburt. Die übliche Bezeichnung „aurora borealis“ für diese Leuchterscheinungen wurde von Gassendi (1658) eingeführt. Polarlichter treten am häufigsten in den beiden Polarlichtovalen der Erde auf, die die beiden geomagnetischen Pole im Abstand von ca. 23° umgeben. Ihre Häufigkeit fällt zu den Polen hin langsam, zum Äquator hin dagegen steil ab (Kertz, 1971). In Extremfällen können sie aber sogar in niederen Breiten wie in Indien, Ägypten oder Guatemala bzw. auf der Südhalbkugel auf Mauritius und Réunion beobachtet werden (Chapman, 1967).

Eine zweite, in der Neuzeit nach der Entdeckung des Magnetismus beobachtete Manifestation derselben physikalischen Vorgänge ist die Richtungsänderung der Kompaßnadel in polaren Breiten. Daß zwischen den beiden Phänomenen eine Beziehung besteht, wurde zuerst von O. Hiorter und A. Celsius nachgewiesen, die mehr als 20000 Einzelbeobachtungen von Abweichungen der Kompaßnadel in Uppsala (Schweden) mit Polarlichtbeobachtungen in Skandinavien korrelierten (Hiorter, 1747). Diese Studien nahm dann C.F. Gauß zum Ausgangspunkt für seine These, daß die beobachteten Magnetfeldstörungen durch elektrische Ströme in der Atmosphäre verursacht werden (Gauß, 1836). Er entwickelte eine bis heute verwendete exakte mathematische Formulierung zur Beschreibung dieser Ströme durch sphärische harmonische Koeffizienten und entwarf auch das erste Meßinstrument, mit dem alle drei Komponenten des Erdmagnetfeldes gleichzeitig gemessen werden können.

Gesicherte Erkenntnisse über die Höhe und Ursache der elektrischen Ströme in der Atmosphäre stammen erst aus unserem Jahrhundert und sind der Entdeckung der Radiotechnik zu verdanken. Appleton und Barnett (1925) konnten die Reflexion von Radiowellen an einer leitfähigen Schicht in etwa 100 km Höhe nachweisen, und Watson-Watt (1929) gab ihr den Namen „Ionosphäre“. Die bis heute gebräuchliche Einteilung der Ionosphärenschichten in D (60-90 km), E (90-150 km) und F-Schicht (oberhalb 150 km)

stammt ebenfalls von Appleton und leitet sich aus typischen Reflexionsniveaus der Radiowellen her (vgl. Silberstein, 1959). Chapman (1931) lieferte eine Theorie, die das Entstehen der Ionosphärenschicht durch Ionisationsprozesse erklärt, welche vom UV-Anteil der Sonnenstrahlung hervorgerufen werden.

Der bereits von Birkeland (1896) durch ein Analogmodell entwickelte Gedanke, daß oberhalb der Ionosphäre elektrische Ströme parallel zum Erdmagnetfeld fließen, wurde später von H. Alfvén wiederaufgenommen (z.B. Alfvén, 1950), jedoch von der damals dominierenden Schule Chapmans nicht akzeptiert, die annahm, daß sich alle Ionosphärenströme in der Ionosphäre selbst schließen und folglich keine Divergenzen aufweisen. Da durch Magnetfeldmessungen am Boden allein prinzipiell keine Aussage über mögliche Divergenzen jener Ströme gemacht werden kann (vgl. Abschnitt 2.4), wurde der Konflikt erst durch Satellitenmessungen feldparalleler Ströme Ende der 60-er und Anfang der 70-er Jahre entschieden (Zmuda *et al.*, 1966; Ijima, 1974).

Heute umfassen die Meßmethoden zur bodengestützten Erforschung der Ionosphäre neben den optischen Beobachtungen mit All-Sky cameras und Photometern sowie den Magnetometermessungen u.a. Ionosonden, die punktweise die Höhenverteilung der Elektronendichte n_e bis zu deren Maximum in der F-Schicht bestimmen können, Radiometer, die die Absorption kosmischer Strahlung durch die Ionosphäre messen, sowie die zunehmend wichtiger werdenden kohärenten und inkohärenten Radarrückstreuanlagen. Mit letzteren können punktweise das ionosphärische elektrische Feld \vec{E} , die ionosphärischen höhenintegrierten Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten Σ_H und Σ_p sowie daraus die Ionosphärenströme \vec{J} bestimmt (zudem weitere Parameter wie n_e oder die Ionen- und Elektronentemperaturen T_i und T_e), mit ersteren praktisch instantane flächenhafte Meßwerte von \vec{E} gewonnen werden (vgl. Abschnitt 5.2). Des weiteren sind seit der zweiten Hälfte unseres Jahrhunderts ‘in situ’-Beobachtungen in der Ionosphäre, zunächst hauptsächlich mit Ballons und Raketen, in jüngster Zeit zunehmend mit Satelliten, von Bedeutung. Eine Übersicht über heutige Meßverfahren gibt Kelley (1989).

Bodengestützte Beobachtungen haben den prinzipiellen Vorteil, daß mit ihnen flächenhafte, instantane Verteilungen der ionosphärischen elektrodynamischen Parameter ermittelt werden können. Die Kenntnis solcher Verteilungen ist u.a. deshalb von Bedeutung, weil die Ionosphäre in der Art eines Bildschirmes ein Abbild des erheblich größeren Raumbereiches der Magnetosphäre darstellt, da die Partikel in der Magnetosphäre entlang der Erdmagnetfeldlinien leicht beweglich, senkrecht zu ihnen jedoch fast unbeweglich sind, und jeder beliebige Ort in der Magnetosphäre in der Regel durch eine Feldlinie mit genau einem oder zwei Punkten der Ionosphäre verbunden ist.

Der Prozeß der Verknüpfung ionosphärischer mit magnetosphärischen Lokationen wird „Mapping“ genannt. Neben Magnetfeldlinien (z.B. Tsyganenko, 1989; Stern, 1994) werden elektrische Felder (Toivanen, 1997), ionosphärische Stromsysteme (Sun *et al.*, 1996) und feldparallele Ströme (z.B. Russell *et al.*, 1997; Janhunen und Koskinen, 1997) in die Magnetosphäre projiziert. Letztere Resultate zeigen, daß die ‘feldparallelen’ Ströme außerhalb von etwa $8 R_E$ Abstand von der Erde erheblich von der Richtung der Erdmagnetfeldlinien abweichen und ihr Mapping daher sehr kompliziert ist.

Hinsichtlich der interessierenden elektrodynamischen Phänomene in der Ionosphäre stehen seit Beginn der Ionosphärenforschung die auf der Morgen- bzw. Abendseite des Polarlichtovals entlangfließenden Ost- und Westwärts-Elektrojets (z.B. Baumjohann *et al.*, 1980; Baumjohann und Kamide, 1981; Lühr *et al.*, 1994), die Harang-Diskontinuität (definiert von Harang, 1946) als Übergangsbereich zwischen den beiden Jets auf der Nachtseite (Inhester *et al.*, 1992; Koskinen und Pulkkinen, 1995; Amm, 1997b) sowie die mit bei Teilstürmen auftretenden Polarlichtformen verbundenen Stromsysteme wie z.B. der westward traveling surge (WTS) (z.B. Opgenoorth *et al.*, 1983; Aikio und Kaila, 1996) im Vordergrund. Eine Zusammenfassung von Arbeiten über diese Phänomene während der International Magnetospheric Study (IMS, 1976-1979) geben Untiedt und Baumjohann (1993). Weiterhin interessieren elektromagnetische Pulsationen (z.B. Glaßmeier *et al.*, 1984). Von zunehmender Bedeutung, weil durch verbesserte Mapping-Techniken und steigende Verfügbarkeit von Satellitendaten besser zuzuordnen, sind die ionosphärischen Signaturen von nicht mit Teilstürmen verbundenen Prozessen in der Magnetosphäre, wie Ereignisse kurzzeitig erhöhter Rekonnektion an der Magnetopause (flux transfer events, z.B. Lockwood und Smith, 1992), deren ionosphärische Auswirkungen an und äquatorwärts der äquatorwärtigen Grenze der Polarkappe zu erwarten sind, Eindellungen der Magnetosphäre durch Dichteveränderungen im anströmenden solaren Wind, als deren ionosphärische Signaturen „Traveling Convection Vortices“ angenommen werden (Glaßmeier, 1992; Yahnin *et al.*, 1995, Lühr *et al.*, 1996), oder plasma sheet transient flows (Kauristie *et al.*, 1996) im Schweif der Magnetosphäre. Ein weiterer Forschungsschwerpunkt ist die globale Reaktion des Ionosphärenzustandes auf großskalige Änderungen der Richtung und Intensität des interplanetaren Magnetfeldes (IMF) (z.B. Levitin *et al.*, 1982; Knipp *et al.*, 1991).

Die obige beispielhafte Aufzählung verdeutlicht den hohen Stellenwert, den die Bestimmung der Elektrodynamik der Ionosphäre bei der Erforschung des gekoppelten Systems aus Sonnenwind, Magnetosphäre und Ionosphäre hat.

1.2 Überblick über ausgewählte Methoden zur Bestimmung der Elektrodynamik der Ionosphäre aus flächenhaften Bodenmessungen

Da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf der Theorie und Durchführung einer speziellen Methode zur Bestimmung von flächenhaften Verteilungen der ionosphärischen makroskopischen Elektrodynamik mit Bodenmeßdaten liegen wird (s. Abschnitt 1.3), sollen im folgenden eine Auswahl bisheriger Methoden, die zu diesem Zweck verwendet werden, näher vorgestellt werden. Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die hier erläuterten Verfahren.

Das ‘trial and error’-Modellieren ist kein speziell für die Ionosphärenphysik entwickeltes Verfahren, sondern findet in der Geophysik breite Anwendung, z.B. beim Modellieren von Störkörpern in der Angewandten Geophysik (vgl. z.B. Telford *et al.*, 1990). Die gesuchten Größen, in unserem Fall die ionosphärischen Leitfähigkeiten Σ_H und Σ_p , werden modelliert und mit auf Meßwerten beruhenden Modellen von \vec{E} kombiniert, um die Magnetfeldstörung \vec{B} am Boden zu berechnen. Die Modelle für Σ_H und Σ_p werden so lange angepaßt, bis die Übereinstimmung zwischen gemessenem und berechnetem \vec{B} hinreichend gut ist. Dieses Verfahren kann im Prinzip mit fast jedem Datensatz angewandt werden. Seine Nachteile bestehen darin, daß keine Informationen über die Existenz und insbesondere über die Eindeutigkeit der Lösung, also über ihre Aussagekraft, vorliegen. Das ‚trial and error’-Modellieren wurde in der Literatur hauptsächlich auf Modellgebiete der Skalengröße $1000 \text{ km} \times 1000 \text{ km}$, hier als „lokal“ bezeichnet, angewandt (z.B. Baumjohann *et al.*, 1981; Opgenoorth *et al.*, 1983), kann aber im Grundsatz analog auch für großskaligere Untersuchungen verwendet werden.

Die assimilative mapping of ionospheric electrodynamics (AMIE)-Methode (Richmond und Kamide, 1988; Knipp *et al.*, 1994) kann als Erweiterung des ‚trial and error’-Modellierens angesehen werden. Sie ist in der Lage, eine Vielzahl unterschiedlicher Messungen, falls vorhanden auch von Satelliten, einzubeziehen, die durch teilweise exakte, teilweise empirische Relationen mit dem ionosphärischen elektrischen Potential ϕ verknüpft werden, welches die primäre Ausgabegröße der Methode ist. Das resultierende ϕ wird als Summe von vorgegebenen Basisfunktionen durch einen Minimalisierungsalgorithmus so bestimmt, daß es mit den durch die Meßgrößen gegebenen Relationen möglichst konsistent ist. Eine Fehlerabschätzung ist für diese Prozedur verfügbar. Σ_H und Σ_p sind Eingabegrößen für die Methode. Da flächenhafte Meßwerte für beide Größen nicht vorliegen, muß auf statistische Modelle für sie zurückgegriffen werden (z.B. Fuller-Rowell und Evans, 1987). Diese Modelle werden zwar mit Hilfe der gemessenen magne

Methode	benutzt Messungen (Annahmen):	Anwen- dungs- gebiet:	zuerst entwickelt (Jahr):	Bemerkungen
‘trial and error’- Methode	\vec{E}, \vec{B} (\sum_H, \sum_P)	lokal (global)	< 1980	Δ kann im Prinzip auf (fast) jeden Datensatz angewendet werden ∇ keine Information über Existenz und Eindeutigkeit der Lö- sung
AMIE Methode	\vec{E}, \vec{B} , und andere Daten (auch von Satelliten), statistische In- formationen (\sum_H, \sum_P , Stati- stik)	global	1988	Δ Erweiterung der ‘trial and error’- Methode, mit Fehler- abschätzung Δ kann viele verschie- dene Datensets nut- zen \triangleright benutzt statistische ‘a priori’-Information um Datenlücken zu schließen ∇ bisher nicht auf lokale Probleme an- wendbar
KRM Methode	\vec{B} (\sum_H, \sum_P)	global (lokal)	1981	Δ Vorwärtsmethode ∇ große Unsicherhei- ten, wenn auf lokale Probleme angewandt
Charak- teristiken- methode	\vec{E}, \vec{B} ($\alpha = \sum_H / \sum_P$)	lokal, global	1992	Δ Vorwärtsmethode Δ Information über Existenz und Eindeu- tigkeit Δ präziser als ‘trial and error’ ∇ benötigt gute Da- tenüberdeckung

Tabelle 1 Übersicht über ausgewählte Methoden zur Bestimmung der ionosphärischen Elektrodynamik mit Hilfe von Bodenmessungen; in der Spalte „Bemerkungen“ bedeuten: Δ =vorteilhafter, ∇ =nachteilhafter und \triangleright =ambivalenter Punkt.

tischen Bodenvariation auf empirischer Basis modifiziert; gleichwohl kann der Rückgriff auf statistische Eingabegrößen die Fähigkeit der Methode, spezielle Einzelsituationen zu behandeln, beeinträchtigen. Diese Einschränkung kann zusammen mit der Verwendung empirischer Relationen als Hauptnachteil der Methode angesehen werden. Ihr Hauptvorteil ist ihre Flexibilität gegenüber sehr verschiedenen Eingabedatensätzen. Die AMIE-Methode wurde für globale Untersuchungsgebiete konzipiert und ist bislang nicht für lokale Untersuchungen verwendet worden.

Im Gegensatz zu den beiden oben erwähnten Methoden ist die Kamide-Richmond-Matsushita-Mishin (KRM)-Methode (Mishin *et al.*, 1979; Kamide *et al.*, 1981) ein Vorwärtsverfahren, d.h. die gesuchten Größen werden als Funktionen der Eingabegrößen dargestellt. Es nutzt nur Meßwerte von \vec{B} , und Σ_H wie Σ_p müssen vorgegeben werden. Nach Vorgabe geeigneter Randbedingungen wird eine partielle Differentialgleichung 2. Ordnung nach ϕ gelöst. Neben dem Nachteil der notwendigen Vorgabe beider ionosphärischer Leitfähigkeitsverteilungen weist die Methode große Unsicherheiten auf, wenn sie für lokale Untersuchungsgebiete verwendet wird (Murison *et al.*, 1985), da dann - im Gegensatz zum globalen Fall, für den die Methode konzipiert ist - die Randbedingungen für ϕ schlecht definiert werden können. Sato und Kamide (1995) nutzen jedoch die AMIE-Methode, um mit diesen Randbedingungen für die lokale Anwendung des KRM-Algorithmus zu ermitteln.

Die Charakteristikenmethode ist ebenfalls eine Vorwärtsmethode. Sie wurde, an Arbeiten von Segatz (1985) und Kürschner (1988) anschließend, von Inhester *et al.* (1992) zur Anwendung auf lokale Untersuchungsgebiete in kartesischen Koordinaten beschrieben und dann von Amm (1994, 1995) in ihrer Theorie weiterentwickelt sowie hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit anhand von Modellen typischer ionosphärischer elektrodynamischer Situationen getestet. Die Methode benötigt flächenhafte Meßwerte von \vec{E} und \vec{B} sowie eine Abschätzung der Verteilung von $\alpha = \Sigma_H / \Sigma_p$ als Eingabegrößen, also nur eine statt zweier modellierter Eingabeverteilungen wie bei allen vorher erwähnten Methoden. Der typische Wertebereich von α ist schmal: Er reicht von knapp unter 1 bis 2 für ruhige Perioden (z.B. Schlegel, 1988), über Werte bis zu 3 für gestörte Zeiträume zu Maximalwerten um 5 in mit Teilstürmen einhergehenden diskreten Polarlichtformen (z.B. Kirkwood *et al.*, 1996; Olsson *et al.*, 1996; Aikio und Kaila, 1996; Lester *et al.*, 1996; Extremwerte von bis zu 10 wurden allerdings von Olsson *et al.* (1996) auf kleinen Skalen innerhalb von Polarlichtausbrüchen berichtet). Der prinzipielle Unterschied einer Abschätzung von Σ_H oder Σ_p allein gegenüber einer ihres Verhältnisses α liegt darin, daß letzteres gut mit der generellen magnetischen Aktivität korreliert zu sein

scheint, wie z.B. von Lester *et al.* (1996) gezeigt wurde (Abb. 1): Sie faßten mit dem inkohärenten Radar EISCAT punktwise gemessene Leitfähigkeitswerte aus zwei durch unterschiedliche magnetische Aktivität charakterisierte Intervalle des 27. März 1992 zusammen. Der Graph oben in Abb. 1 zeigt die Meßwerte für ein magnetisch ruhiges Intervall (18-20 UT) mit Amplituden der Bodenmagnetfeldstörung kleiner als 150 nT, wohingegen der Graph unten die Leitfähigkeiten für das folgende Intervall von 20-22 UT zeigt, zu dessen Beginn eine Teilsturmverstärkung stattfindet und das durch Bodenmagnetfeldstörungen bis zu 700 nT gekennzeichnet ist. In beiden Fällen (auch in dem ruhigen Intervall) variieren Σ_H und Σ_P innerhalb der Intervalle erheblich, während α sich jeweils gut als durch die Steigung der durchgezogenen Geraden gegebener konstanter Wert beschreiben läßt. Zudem können - falls verfügbar - optische und Riometer-Messungen für eine grobe Abschätzung von α dienen. Insgesamt ist also α ein zwar zu schätzender, aber keineswegs völlig freier Parameter. Der

Einfluß dieser geschätzten Verteilung auf die Ergebnisse der Charakteristikenmethode wurde zudem von Amm (1995) als gering nachgewiesen. Primäre Ausgabegröße der Methode ist Σ_H , das als Lösung einer partiellen Differentialgleichung 1. Ordnung entlang deren Charakteristiken integriert wird (s. genauer Abschnitt 2.5). Üblicherweise gibt es (meist kleine) Bereiche, in denen die Lösung für Σ_H nicht eindeutig ist, aber diese Bereiche sind bekannt und eine Fehlerabschätzung ist verfügbar. Im Gegensatz z.B. zur 'trial and error'-Methode, bei der zur Anpassung von \vec{B} auf einem gegebenen Modellgebiet das

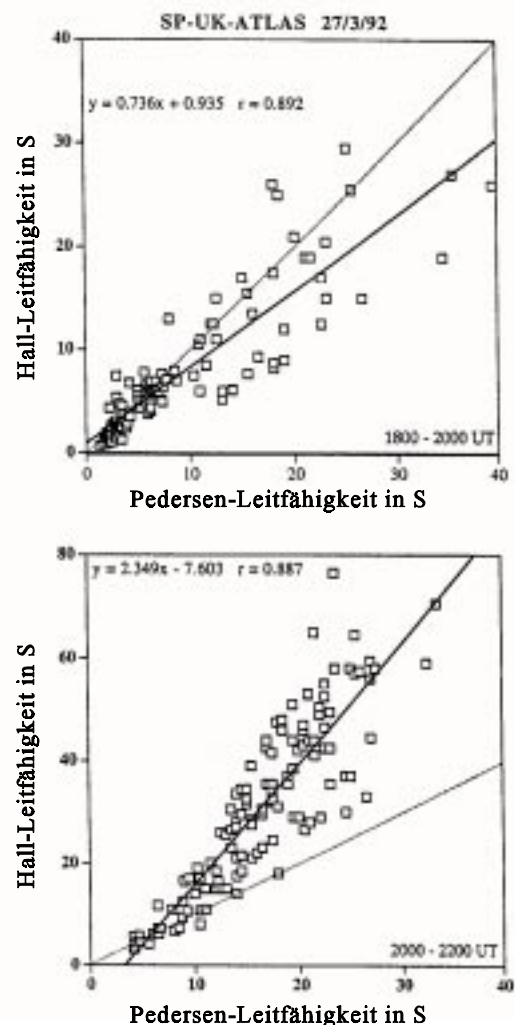


Abb. 1 Mit dem inkohärenten Radar EISCAT gemessene Werte von Σ_H und Σ_P für ein magnetisch ruhiges (oben) und ein magnetisch gestörtes (unten) Intervall am 27. März 1992; die durchgezogenen Geraden entsprechen der besten Anpassung an einen konstanten Wert von α , die gestrichelten Geraden entsprächen $\alpha = 1$ (aus Lester *et al.*, 1996; modifiziert).

ionosphärische Stromsystem auf einem erheblich größeren Gebiet modelliert werden muß, um den Effekt der Ströme außerhalb des Modellgebietes korrekt zu berücksichtigen, benötigt die Charakteristikenmethode keine Daten außerhalb des eigentlichen Modellgebietes. Da zweidimensionale Ableitungen der Eingabegrößen abgeschätzt werden müssen, ist eine gute Datenüberdeckung zur erfolgreichen Durchführung der Methode nötig.

Schließlich soll noch kurz das Izmiran electrodynamic model (IZMEM) (Papitashvili *et al.*, 1994) erwähnt werden, obwohl es insofern aus dem Rahmen der hier vorgestellten Methoden fällt als das interplanetare Magnetfeld (IMF) sowie Dichte und Geschwindigkeit des solaren Windes, wie sie von Satelliten gemessen werden, seine primären Eingabegrößen sind. Aus diesen Parametern wird mittels linearer Korrelationskoeffizienten, welche aus einer langjährigen Korrelationsanalyse obiger Parameter und der Magnetfeldstörung an Bodenobservatorien gewonnen wurden, eine globale Verteilung der bodenmagnetischen Störung berechnet. Aus letzterer wird dann, erneut unter Vorgabe von Verteilungen für Σ_H und Σ_p , das elektrische Potential ϕ in der Ionosphäre bestimmt.

1.3 Themenstellung dieser Arbeit und Gliederung

Wie im vorigen Abschnitt erwähnt, ist die Charakteristikenmethode bislang nur in kartesischen Koordinaten zur Anwendung auf lokale Untersuchungsgebiete unter Vernachlässigung der Krümmung der Erde entwickelt worden (diese Version der Methode wird im folgenden auch „lokale Variante“ genannt). Dies ist insofern nachvollziehbar, als die nötigen Eingabemeßdaten für \vec{E} , z.B. mit den kohärenten Radaranlagen STARE (Greenwald *et al.*, 1978; Nielsen, 1982) oder Millstone Hill (z.B. Foster und Tetenbaum, 1992) bisher nur auf Gebieten einer Größenordnung vorlagen, für die diese Vernachlässigung in guter Näherung gerechtfertigt ist. Die neuen kohärenten Radaranlagen der SuperDARN-Kette (Greenwald *et al.*, 1995) bieten nun aber die Möglichkeit, gleichzeitige Meßdaten von \vec{E} auf einem großen Ausschnitt der nördlichen Polarlichtzone zu gewinnen, für den die o.g. Vernachlässigung nicht mehr gerechtfertigt ist.

Für die vorliegende Arbeit ergeben sich vier Fragestellungen:

- 1) Ist die Charakteristikenmethode in ihrer Theorie in sphärischen Koordinaten formulierbar, einschließlich der nötigen Verfahren zur Extraktion des von äußeren Quellen verursachten Teiles der Bodenmagnetfeldstörung aus der Gesamtstörung,

Fortsetzung jenes Teiles auf Ionosphärenhöhe sowie der Umrechnung der Magnetfeldstörung in äquivalente Ströme?

2) Ist eine solche, hier „sphärische Variante“ der Charakteristikenmethode genannte Methode in ihrer numerischen Realisation in der Lage, eine auf einer ganzen Polarlichtzone vorgegebene Modellsituation ionosphärischer elektrodynamischer Parameter aus den analytisch aus diesem Modell berechneten Eingabegrößen für die Methode mit guter Genauigkeit zu rekonstruieren?

3) Kann diese sphärische Variante der Methode erfolgreich auf reale Datensätze angewandt werden? Diese Frage ist keineswegs trivial oder identisch mit der vorigen, da sich auf globalem erheblich stärker als auf lokalem Maßstab die Probleme der Datenlücken (bei Magnetometern durch fehlende Stationen bzw. Ozeane, bei Radaranlagen durch zu geringe Rückstreuung) und Datenfehler (für Magnetometerdaten vor allem dann relevant, wenn Daten verschiedener Stationen oder Ketten kombiniert werden, für die die Festlegung der Baseline u.U. verschieden vorgenommen wurde) bemerkbar machen.

4) Welche physikalischen Aussagen lassen sich aus der Anwendung der Methode über spezielle ionosphärische elektrodynamische Situationen machen?

Wie aus dieser Aufstellung ersichtlich ist, liegt die Hauptfragestellung dieser Arbeit (Fragen 1)-3)) im methodischen Bereich. Diese methodische Arbeit ist erforderlich, um hinsichtlich der Nebenfragestellung (Frage 4)) in dieser wie in zukünftigen Untersuchungen relevante Fortschritte zu erzielen.

Zielrichtung bei der Bearbeitung aller genannten Fragestellungen sind Aussagen über flächenhafte, instantane Verteilungen der makroskopischen ionosphärischen Elektrodynamik. Diese Begriffe sollen etwas genauer erläutert werden:

- Flächenhafte Verteilungen werden benötigt, um die Elektrodynamik der Ionosphärenschicht vollständig zu beschreiben; so sind z.B. die feldparallelen Ströme als Divergenzen der horizontalen Ionosphärenströme ohne Kenntnis derer flächenhaften Struktur nicht bestimmbar.
- Die Verwendung instantaner Verteilungen meint, daß auf Techniken zur Zusammensetzung zeitlich verschiedener Meßwerte zu einer räumlich vergrößerten, auf einen Referenzzeitpunkt bezogenen, virtuellen Meßverteilung (z.B. Kunkel *et al.*, 1986; Lühr und Schlegel, 1994) verzichtet wird. Diese Techniken setzen

voraus, daß eine stationäre Struktur über das tatsächliche Meßgebiet wandert. Durch eine Abschätzung der Geschwindigkeit dieser Struktur (welche wiederum eine Funktion der Zeit sein kann) werden die zeitlichen Differenzen verschiedener Einzelmeßverteilungen in räumliche Verschiebungen umgerechnet, um so einen „zusammengesetzten Vektorplot“ auf einem größeren als dem tatsächlichen Meßgebiet zu erstellen. Die Nachteile dieser Technik bestehen darin, daß a) nicht immer wandernde Strukturen vorliegen, b) eine räumliche Wanderung meist nicht eindeutig von einer möglichen zeitlichen Variabilität unterschieden werden kann, c) die Annahme der Stationarität oft fraglich ist und d) Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Geschwindigkeit der Struktur zu fehlerhaften Endverteilungen führen können.

In dieser Arbeit beruhen daher alle gemessenen Verteilungen auf Daten, die innerhalb eines einzelnen Sampling-Intervalles der beteiligten Meßinstrumente ermittelt wurden.

- Es werden ausschließlich makroskopische Parameter der Ionosphäre mit Skalenslängen von ca. 100 km oder größer behandelt. Mikroskopische Prozesse wie Eigenschaften von Einzelteilchen sind nicht Gegenstand dieser Untersuchung.
- Weiterhin beschränkt sich diese Arbeit auf die Elektrodynamik der Ionosphäre und behandelt daher z.B. nicht deren chemische, thermodynamische oder luftphysikalische Eigenschaften.

Das folgende Kapitel 2 beschreibt die Theorie der Charakteristikenmethode in sphärischen Koordinaten sowie die der erforderlichen Hilfsoperationen, wie sie in Fragestellung 1) oben beschrieben sind. Zudem wird die Zerlegung beliebiger ionosphärischer Stromsysteme in rotationsfreie und divergenzfreie Elementarsysteme und ein Anwendungsbeispiel für eine solche Zerlegung dargestellt.

Da das Interpolieren oder Extrapolieren von Meßdaten auf ein reguläres Gitter ein wichtiger Aspekt bei der Anwendung der Charakteristikenmethode auf reale Datensätze ist und derartige Verfahren in der Standardliteratur oft übergangen werden, gibt Kapitel 3 als weiteres Theoriekapitel eine Übersicht über ausgewählte Inter- und Extrapolationsverfahren.

Kapitel 4 enthält die Anwendung der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode auf einen auf der nördlichen Polarlichtzone gegebenen Modelldatensatz (Fragestellung 2)). Die Eingabegrößen werden aus dem Modell berechnet und die Fähigkeit der Methode, die Modellverteilungen zu reproduzieren, untersucht.

In Kapitel 5 wird die beschriebene Methode dann auf reale Datensätze angewandt. Es wird zunächst ein Datensatz verwendet, der in einer früheren Arbeit mit der ‚trial and error‘-Methode bearbeitet wurde, um die Ergebnisse der Charakteristikenmethode mit denen jener Methode zu vergleichen. Zudem wird mit diesem Datensatz die Fähigkeit der sphärischen Variante der Methode untersucht, auf Untersuchungsgebieten zu arbeiten, für die auch die lokale Variante verwendet werden könnte. Ein weiterer Datensatz wird zur Demonstration der Anwendung der sphärischen Variante auf einem Untersuchungsgebiet verwendet, für das die Vernachlässigung der Erdkrümmung nicht mehr möglich ist (Fragestellung 3)). Für alle Datensätze werden die Implikationen der erzielten Ergebnisse in Bezug auf die Physik der jeweils vorliegenden ionosphärischen elektrodynamischen Situation diskutiert (Fragestellung 4)).

Kapitel 6 enthält schließlich eine zusammenfassende Diskussion der Resultate dieser Arbeit sowie einen Ausblick.

2 Theorie

2.1 Überblick

In diesem Kapitel wird die Theorie der Charakteristikenmethode in sphärischen Koordinaten sowie der zu ihrer Durchführung notwendigen vorbereitenden Verfahren beschrieben. Dabei liegt der Schwerpunkt der Betrachtung auf denjenigen Aspekten der Theorie, die in sphärischer Geometrie einer grundsätzlich unterschiedlichen Behandlung gegenüber der in der Einleitung erwähnten „kartesischen“ oder „lokalen“ Variante der Charakteristikenmethode bedürfen. Aspekte, die in sphärischer Geometrie vollständig analog zur kartesischen Geometrie behandelt werden können, werden nicht oder nur in zusammenfassender Wiederholung dargestellt, da sie bereits ausführlich in Inhester *et al.* (1992), Amm (1994) und Amm (1995) diskutiert wurden.

Abschnitt 2.2 beschreibt das in dieser Arbeit verwendete Modell für die Ionosphäre, das benutzte Koordinatensystem sowie die im weiteren verwendeten Annahmen und die sich aus ihnen ergebenden Limitationen für die Anwendung der Charakteristikenmethode.

Abschnitt 2.3 behandelt die Berechnung ionosphärischer äquivalenter Ströme aus den gemessenen Daten der Magnetfeldstörung am Erdboden mit den drei dazu erforderlichen Schritten: 1) Abtrennung des externen Anteils der Magnetfeldstörung von der gesamten Störung, 2) Fortsetzung dieses Anteils auf Ionosphärenhöhe, und 3) Umrechnung der Magnetfeldstörung in äquivalente Ströme.

In Abschnitt 2.4 wird gezeigt, wie sich beliebige horizontale ionosphärische Stromsysteme (und allgemein beliebige stetig differenzierbare Vektorfelder auf der Kugel) in divergenzfreie und rotationsfreie sphärische Elementarstromsysteme zerlegen lassen. Diese Zerlegung wird dann dazu benutzt zu zeigen, daß der rotationsfreie Anteil des gegebenen Stromsystems zusammen mit als radial fließend angenommenen feldparallelen Strömen, die sich aus den Divergenzen dieses Anteils ergeben, unabhängig von der ionosphärischen Leitfähigkeitsverteilung keine Magnetfeldstörung am Boden erzeugt. Zudem wird am Modellbeispiel eines Cowling-Kanals eine weitere Anwendung der Elementarstromsysteme illustriert.

Abschnitt 2.5 enthält die Kerngleichungen der Charakteristikenmethode in sphärischen Koordinaten. Die Gleichungen werden zunächst für allgemeine krummlinige Koordinaten hergeleitet und dann der Fall sphärischer Koordinaten als Spezialfall eingesetzt.

In Abschnitt 2.6 wird schließlich gezeigt, daß mit der Charakteristikenmethode auch

explizit zeitabhängige Situationen, d.h. solche, in denen die Rotation des ionosphärischen elektrischen Feldes nicht vernachlässigt werden kann, bearbeitet werden können.

2.2 Modellannahmen, Koordinatensystem, und aus den Annahmen folgende Einschränkungen

Die Erde wird in dieser Arbeit als Kugel mit dem Radius $R_E = 6371 \text{ km}$ genähert. Die Ionosphäre wird als unendlich dünne, leitende Kugelsphäre im Radius $R_I = 6471 \text{ km}$ vom Erdmittelpunkt, also 100 km oberhalb der Erdoberfläche, angenommen. Dieser Abstand zwischen Ionosphäre und Erdoberfläche wird in Anlehnung an eine Vielzahl früherer Studien, die mit Hilfe von Bodenmagnetfeldmessungen den elektrodynamischen Zustand der Ionosphäre untersuchen, deshalb gewählt, weil die hauptsächlich für die Magnetfeldstörung am Boden verantwortlichen ionosphärischen Hall-Ströme (vgl. Abschnitt 2.4) während der in dieser Arbeit interessierenden magnetisch gestörten Perioden ein Intensitätsmaximum in etwa dieser Höhe aufweisen (z.B. Untiedt und Baumjohann, 1993, und Referenzen darin). Alle physikalischen Größen der Ionosphäre werden auf der erwähnten Kugelsphäre angegeben. Die tatsächlich höhenabhängigen Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten σ_H und σ_P sowie die horizontalen Ionosphärenstromdichten \vec{j} werden zu den höhenintegrierten Leitfähigkeiten Σ_H und Σ_P sowie den horizontalen Ionosphärenflächenstromdichten \vec{J} (diese werden im folgenden kurz als ‘Ionosphärenströme’ bezeichnet) auf dieser Sphäre zusammengefaßt. Während Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten oberhalb der Ionosphäre als verschwindend angenommen werden, strebt dort wie in der Ionosphäre die Leitfähigkeit σ_0 parallel zu den geomagnetischen Feldlinien gegen unendlich. Unterhalb der Ionosphäre sollen alle Leitfähigkeiten verschwinden.

Wie jedes Modell stellt dieses Ionosphärenmodell eine Vereinfachung der realen Verhältnisse dar. So variieren z.B. die Leitfähigkeiten und Ströme mit der Höhe und nehmen ihre größten Werte im Höhenbereich von $90\text{-}130 \text{ km}$ über der Erdoberfläche an (z.B. Kertz, 1971). Da in dieser Arbeit jedoch ausschließlich die großskalige Elektrodynamik der Ionosphäre von Interesse ist (d.h. Skalenlängen ab etwa 100 km), stellen die beschriebenen Vereinfachungen gute Näherungen dar. Sie haben sich in zahlreichen früheren Arbeiten bewährt (vgl. z.B. Glaßmeier, 1987; Untiedt und Baumjohann, 1993; Kamide und Baumjohann, 1993, und Referenzen darin).

Als weitere Vereinfachung wird das Hauptmagnetfeld der Erde als rein radial gerichtet angenommen, so daß auch die feldparallelen Ströme in radialer Richtung fließen.

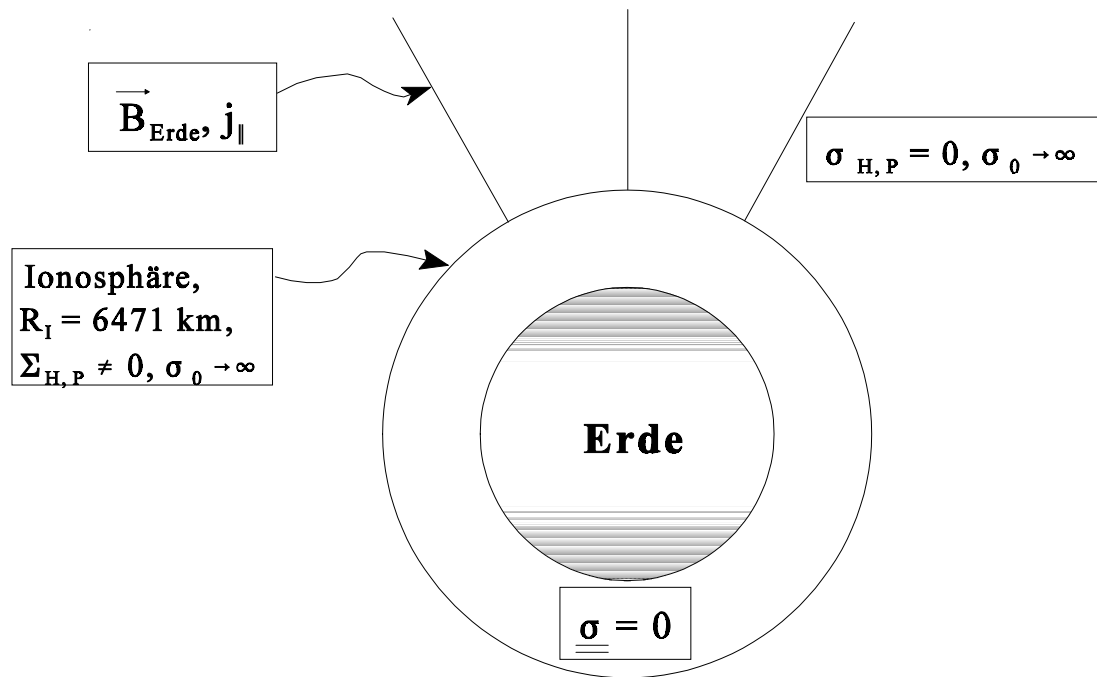


Abb. 2 Schematische Darstellung der verwendeten Modellannahmen.

Diese Annahmen wurden in der früheren Literatur z.B. von Fukushima (1976) verwendet. Die sich daraus ergebenden Schlußfolgerungen werden später ausführlich diskutiert. Die Stromdichte j_{\parallel} der feldparallelen Ströme wird stets als diejenige an ihrem ionosphärischen Fußpunkt angegeben. Feldparallele Ströme und das Integral der feldparallelen Stromdichte über ein Gitterpunktgebiet werden stets identifiziert. Abb. 2 gibt eine schematische Übersicht über die oben skizzierten Modellannahmen.

Weitere allgemeine Voraussetzungen für die folgenden Untersuchungen sind:

- Wegen $\sigma_0 \rightarrow \infty$ oberhalb und in der Ionosphäre sind die Erdmagnetfeldlinien dort elektrische Äquipotentiallinien; damit steht das elektrische Feld \vec{E} dort senkrecht auf ihnen. \vec{E} sei in und oberhalb der Ionosphäre höhenunabhängig.
- Der neutrale Wind in der Ionosphäre wird vernachlässigt (vgl. hierzu Untiedt und Baumjohann, 1993).
- Alle durch äußere Quellen verursachten bodenmagnetischen Signaturen werden als Folge des aus \vec{J} und j_{\parallel} bestehenden Stromsystems betrachtet.

Für diese Arbeit wird ein Kugelkoordinatensystem mit dem geographischen Nordpol der Erde als Nordpol des Koordinatensystems verwendet. Um jedoch die Notation möglichst den in der Geophysik üblichen Konventionen anzupassen, wird für Orts-

angaben der nach Norden positive Äquatorwinkel η (der als mit der geographischen Breite identisch angenommen wird), der nach Osten positive Längswinkel φ (der als mit der geographischen Länge identisch angenommen wird) und der radiale Abstand r vom Erdmittelpunkt angegeben, für Vektoren deren η (nach geographisch Nord), φ (nach geographisch Ost) und v (zum Erdmittelpunkt hin) - Komponenten. Ausnahmen von dieser Notation, die darin begründet liegen, unsere Bezeichnungsweise mit der früherer Arbeiten kompatibel zu machen, finden sich insbesondere in Abschnitt 2.3 und 2.4. Sie sind stets gesondert gekennzeichnet.

Bei der Untersuchung der mit den Annahmen eines rein radialen Erdmagnetfeldes sowie rein radial fließender feldparalleler Ströme einhergehenden Fehler sind für diese Arbeit zwei Aspekte von Bedeutung:

- a) Welche Fehler ergeben sich aus der Verwendung des Ohm'schen Gesetzes in der Ionosphäre in der Form, wie es für senkrecht auf die Ionosphäre stehende Erdmagnetfeldlinien gilt, im Vergleich zum realen Fall?
- b) Welche Fehler bewirkt die Vernachlässigung der realen Neigung der feldparallelen Ströme bei der Berechnung der Magnetfeldstörung am Boden?

Vor der Erörterung dieser Fragen sei noch auf einen weiteren Punkt hingewiesen: Der Verlauf der magnetosphärischen Ströme, die mit der Ionosphäre verbunden sind und nahe dieser parallel zum Erdmagnetfeld fließen (und daher hier wie allgemein „feldparallele Ströme“ genannt werden), weicht weiter außerhalb in der Magnetosphäre von der feldparallelen Richtung ab. Aus der in MHD-Näherung gültigen Gleichung $\vec{j} \times \vec{B} = \nabla P$, wobei P der Plasmadruck ist, erkennt man, daß für $|\vec{j}| |\vec{B}| \gg |\nabla P|$ die Ströme \vec{j} im wesentlichen parallel zu \vec{B} verlaufen müssen, sie jedoch im Falle $|\vec{j}| |\vec{B}| \approx |\nabla P|$ etwa senkrecht zu \vec{B} fließen. Wie von Janhunen und Koskinen (1997) diskutiert, verlaufen die erwähnten Ströme im erdnahen Bereich bis ca. $6-8 R_E$ annähernd parallel zu den Magnetfeldlinien, können jedoch mit sich verringernder Erdmagnetfeldstärke in größerem Erdabstand erheblich von dessen Flußrichtung abweichen. Da der Verlauf dieser Ströme in der Magnetosphäre in unserem Kontext nur hinsichtlich deren Bodenmagnetfeldstörung relevant ist, und da die Magnetfeldstörung eines Stromsegmentes umgekehrt proportional zum Abstand von dem Segment abnimmt, kann die Abweichung der Flußrichtung dieser Ströme von den Magnetfeldlinien hier in guter Näherung vernachlässigt werden.

Im folgenden werden die oben erwähnten Punkte genauer betrachtet:

- zu a) Für senkrecht auf der Ionosphäre stehende Erdmagnetfeldlinien lautet dort das Ohm'sche Gesetz

$$\begin{pmatrix} J_\eta \\ J_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_P & -\Sigma_H \\ \Sigma_H & \Sigma_P \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_\eta \\ E_\varphi \end{pmatrix} \quad (1)$$

Wenn die Magnetfeldlinien jedoch wie im realen Fall eine Neigung zur Ionosphäre aufweisen, tritt folgender Effekt auf (z.B. Rishbeth und Garriot, 1969; hierzu geben wir der Ionosphäre eine endliche radiale Ausdehnung $R_2 - R_1 > 0$ mit $(R_1 + R_2)/2 = R_I$ und betrachten dann den Limes $R_2 - R_1 \rightarrow 0$): Die primären Ionosphärenströme fließen senkrecht zu den Magnetfeldlinien, haben also wegen deren Neigung zur Ionosphäre eine radiale Komponente. Da die Hall- und Pedersen-Ströme die obere und untere Grenze der Ionosphäre nicht überqueren können, bauen sie dort Raumladungen auf, die ein sekundäres elektrisches Feld zusätzlich zu dem primären, durch magnetosphärische Prozesse gegebenen, erzeugen. Dieses sekundäre elektrische Feld erzeugt seinerseits sekundäre Hall- und Pedersen-Ströme. Dieser Polarisierungseffekt dauert solange an, bis die radiale Stromdichte j_v innerhalb der Ionosphäre verschwindet, so daß keine weiteren Raumladungen mehr aufgebaut werden und ein stationärer Zustand erreicht ist. Es kann leicht gezeigt werden, daß die charakteristische Zeit bis zum Erreichen des stationären Zustandes in der Größenordnung 10^{-6} s und damit weit unter den üblicherweise interessierenden Zeitskalen liegt. Mit Berücksichtigung dieses Polarisierungseffektes erhält der Leitfähigkeitstensor $\underline{\underline{\Sigma}}$ anstelle derjenigen aus Gl. (1) die Form (z.B. Amm, 1996a)

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma_0 \Sigma_P}{C} & \frac{\Sigma_0 \Sigma_H (-\cos \epsilon)}{C} \\ \frac{\Sigma_0 \Sigma_H \cos \epsilon}{C} & \Sigma_P + \frac{\Sigma_H^2 \sin^2 \epsilon}{C} \end{pmatrix} \quad (2)$$

wobei Σ_0 die höhenintegrierte Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld, ϵ der Winkel zwischen den Magnetfeldlinien und der Normalen auf die Ionosphäre und $C = \Sigma_0 \cos^2 \epsilon + \Sigma_P \sin^2 \epsilon$ sind. Dieser Tensor ist mit dem primären elektrischen Feld anzuwenden und enthält wie der in Gl. (1) keine v -Komponenten, da einerseits $j_v = 0$ für den stationären Zustand gilt und andererseits die v -

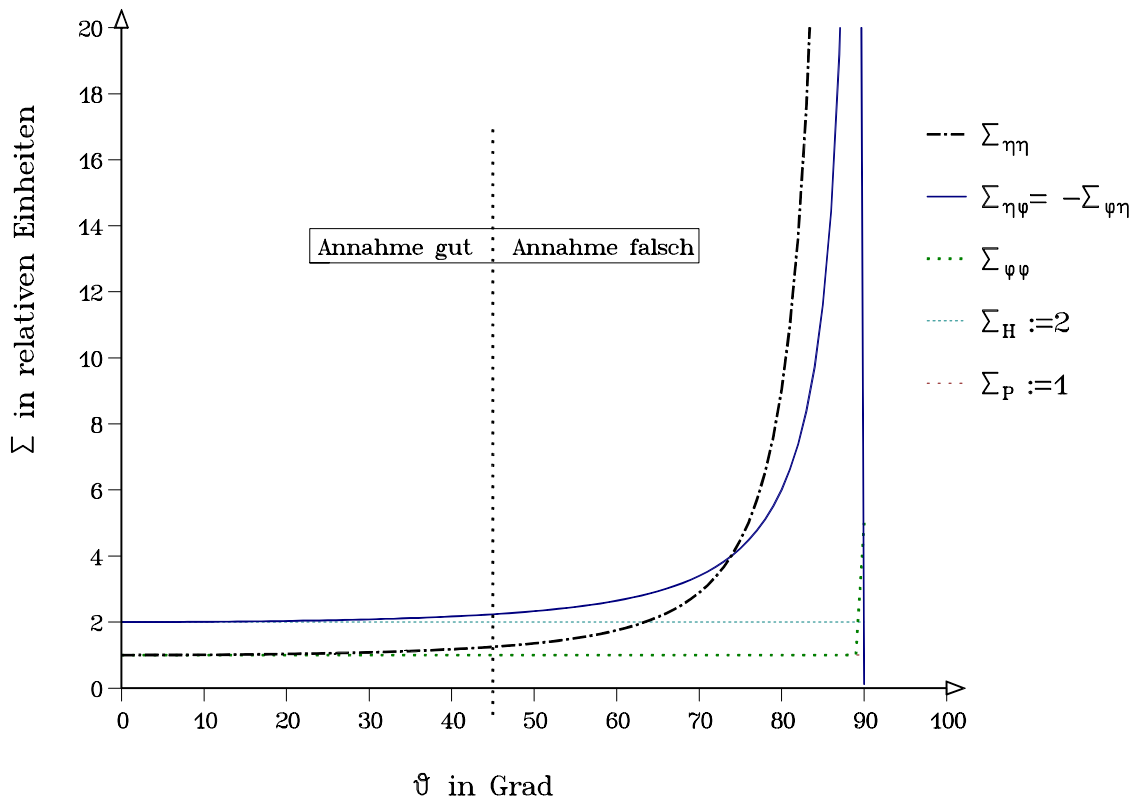


Abb. 3 Komponenten des Leitfähigkeitstensors $\underline{\Sigma}$ gegen den Polwinkel ϑ , unter Berücksichtigung des Polarisationseffektes, für ein als Dipolfeld angenommenes Erdmagnetfeld, dessen Nordpol mit dem geographischen Nordpol identisch ist; in relativen Einheiten, mit $\Sigma_P \equiv 1$ und $\Sigma_H \equiv 2$.

Komponente des primären elektrischen Feldes ohne Bedeutung bleibt, weil das gesamte E_v durch die Stationaritätsbedingung festgelegt ist.

Die Tensorelemente aus Gl. (2) sind in Abb. 3 für ein als Dipolfeld angenommenes Erdmagnetfeld gegen den Polwinkel ϑ aufgetragen. Dabei wurde die Position des geographischen und magnetischen Pols als identisch angenommen und global $\Sigma_P \equiv 1$ und $\Sigma_H \equiv 2$ (in relativen Einheiten) gesetzt, die ebenfalls als waagerechte gestrichelte Linien in Abb. 3 zu sehen sind. Der Unterschied zwischen den Tensorelementen aus Gl. (1) und (2) ist praktisch unmerklich für $\vartheta \leq 30^\circ$, bis $\vartheta \leq 45^\circ$ mit etwa 10 % immer noch akzeptabel, steigt dann aber dramatisch gegen den Äquator hin an.

Folglich ergibt die Annahme radialer Magnetfeldlinien hinsichtlich des Ohm'schen Gesetzes äquatorwärts einer Breite von etwa 45° nicht hinnehmbare Fehler. Für Untersuchungen in polaren Breiten ist der Fehler jedoch marginal.

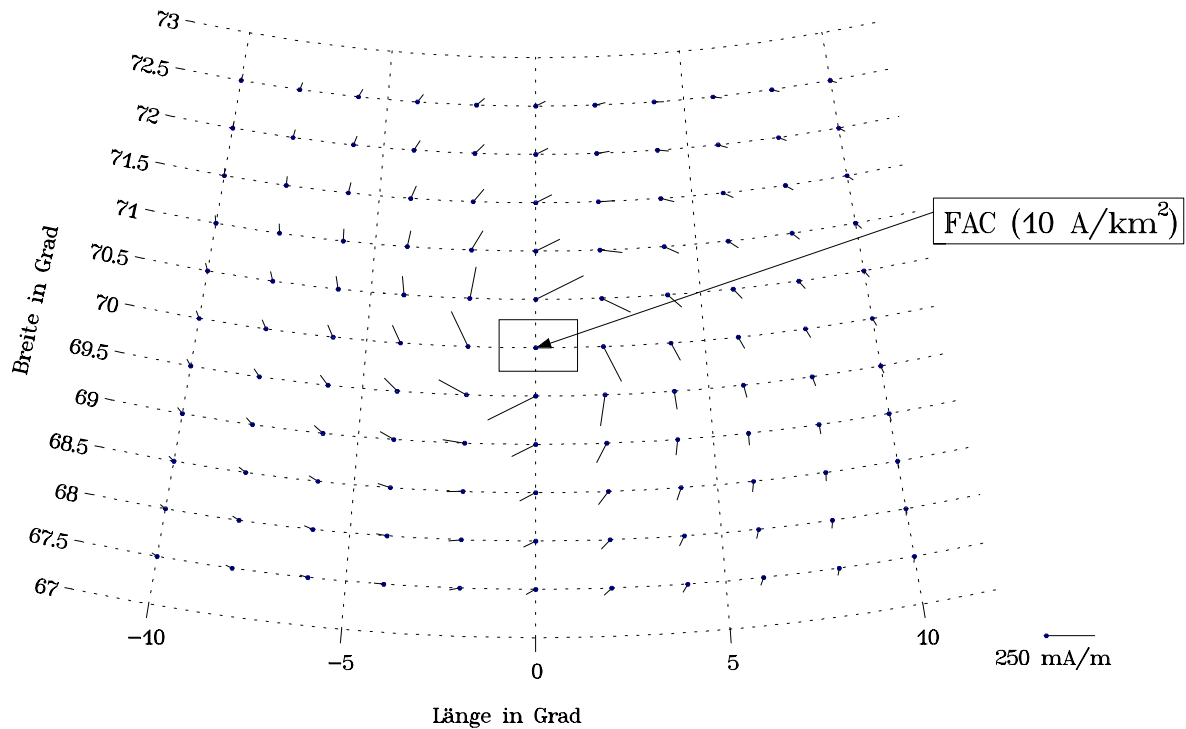


Abb. 4 Modelliertes ionosphärisches Stromsystem zur Abschätzung des Magnetfeldeffektes geneigter feldparalleler Ströme (FACs) am Boden; bestehend aus einem abwärts fließenden FAC in der Mitte des Modellgebietes (schattiert dessen Gitterpunktbereich), und den sich bei uniformen Leitfähigkeiten daraus ergebenden Hall- und Pedersen- Strömen (für Details s. Text).

- zu b) Die mit geneigten, aber geraden feldparallelen Strömen verbundenen magnetischen Effekte wurden ausführlich in der Arbeit von Tamao (1986) untersucht. Seine allgemeinen Resultate sind allerdings auf die hier gestellte konkrete Fragestellung nicht gut anwendbar. Um den Fehler zu bestimmen, der sich aus der Annahme rein radial verlaufender feldparalleler Ströme hinsichtlich der Magnetfeldstörung am Boden ergibt, wird daher hier das folgende einfache ionosphärische Stromsystem untersucht: In die Mitte eines Modellgebietes der Ausdehnung $\eta = [67,5^\circ; 72,5^\circ]$, $\varphi = [-10^\circ; 10^\circ]$ mit den Gitterpunktabständen $\Delta\eta = 0,5^\circ$ und $\Delta\varphi = 2^\circ$ wird ein einzelner abwärts fließender feldparalleler Stromstab der Stromdichte 10 A/km^2 auf den Gitterpunkt bei $\eta = 70^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ gesetzt. Die ionosphärischen Leitfähigkeiten werden mit $\Sigma_H \equiv 10 \text{ S}$ und $\Sigma_P \equiv 5 \text{ S}$ als uniform angenommen. Damit lassen sich über die in diesem Falle gültigen Beziehungen $j_{\parallel} = \nabla_h \cdot \vec{J}_P$ und $j_{\parallel} = (\Sigma_P / \Sigma_H) (\nabla \times \vec{J}_H)_v$ (z.B. Inhester *et al.*, 1992), wobei \vec{J}_P und \vec{J}_H die ionosphärischen Pedersen- bzw. Hall-Ströme sind und der Index 'h' unter dem ∇ -Operator hier und in Folge den horizontalen Teil des Operators meint, die horizontalen Ionosphärenströme berechnen. Es sei bemerkt, daß \vec{J}_P und \vec{J}_H sich so gerade zu rotations- bzw. divergenzfreien sphärischen Elementarstrom-

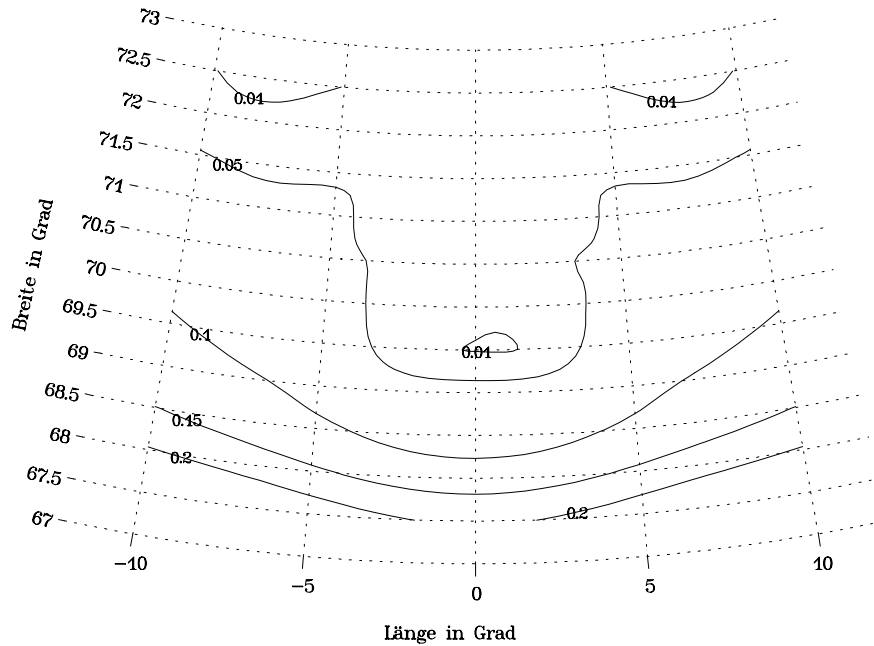


Abb. 5 Quotient des Absolutbetrages der Magnetfeldstörung am Boden vom System aus Pedersen-Strömen und FAC zu dem aus Hall-Strömen, wie in Abb. 4 modelliert; für einen Neigungswinkel des FAC von $\epsilon = 73,9^\circ$, entsprechend 60° magnetischer Breite im Dipolfeld.

systemen, wie sie in Kapitel 2.4 beschrieben werden, ergeben (mit entsprechender Skalierung je nach vorgegebenen j_{\parallel} und Σ_H/Σ_P). Entsprechend wurden auch die dort angegebenen Verfahren zur Berechnung der Stromsysteme benutzt. Abb. 4 zeigt das gesamte Modellstromsystem.

Fließt der zentrale feldparallele Strom radial, so hebt sich seine Magnetfeldwirkung unterhalb der Ionosphäre gerade gegen die der ionosphärischen Pedersen-Ströme auf (Fukushima, 1976). Es sei nun der Fall betrachtet, daß dieser feldparallele Strom geradlinig, aber in Flußrichtung nach Norden geneigt verlaufe. Abb. 5 - Abb. 7 stellen den Quotienten der Beträge $|\vec{B}| = \sqrt{B_{\eta}^2 + B_{\phi}^2 + B_{\nu}^2}$ der Magnetfeldstörungen des Systems aus feldparallelem Strom und Pedersen-Strömen (System 1) und des Systems aus den Hall-Strömen (System 2) am Boden für drei verschiedene Neigungswinkel ϵ des feldparallelen Stromes gegen die Tangentialebene an der Ionosphäre am Fußpunkt dieses Stromes dar: $\epsilon = 73,9^\circ$ entsprechend 60° magnetischer Breite, $\epsilon = 63,4^\circ$ entsprechend 45° magnetischer Breite und $\epsilon = 19,4^\circ$ entsprechend 10° magnetischer Breite (die Entsprechungen beziehen sich stets auf ein Dipolfeld). Die Berechnung der Magnetfeldstörungen erfolgte mittels einer Biot-Savart-Integration. Bei der Beurteilung der an den

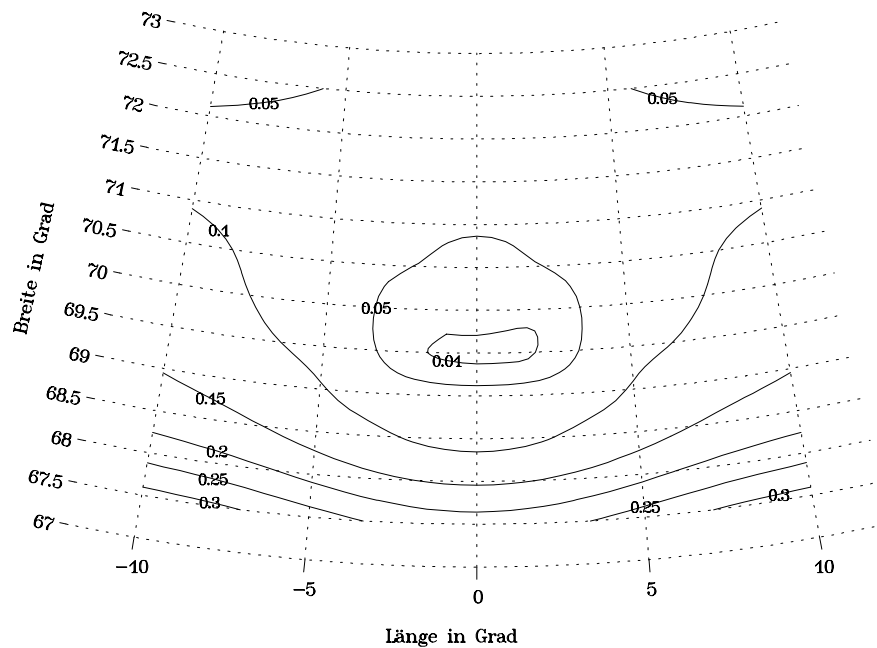


Abb. 6 Wie Abb. 5, jedoch für einen Neigungswinkel des FAC von $\epsilon=63,4^\circ$, entsprechend 45° magnetischer Breite im Dipolfeld

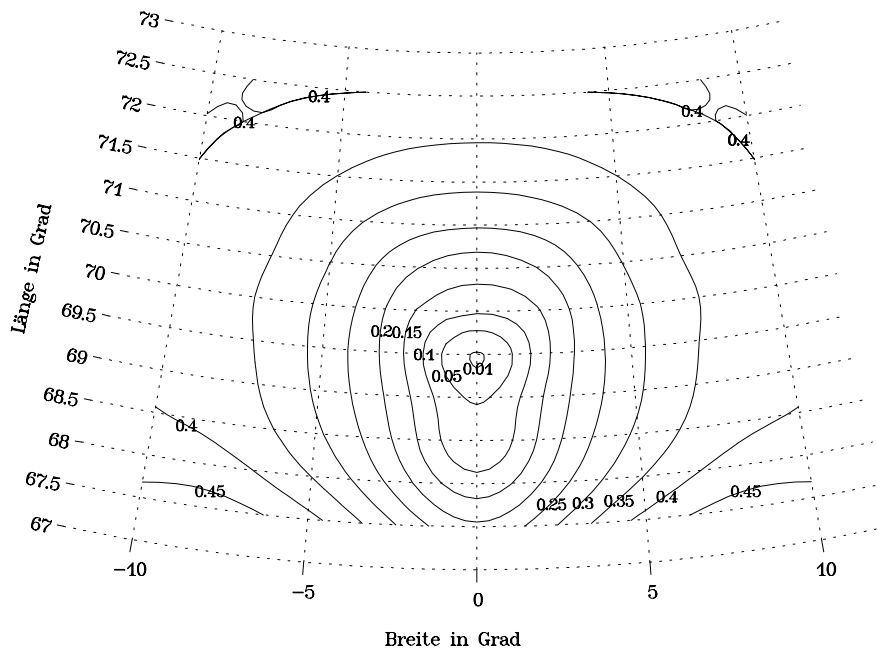


Abb. 7 Wie Abb. 5, jedoch für einen Neigungswinkel des FAC von $\epsilon=19,4^\circ$, entsprechend 10° magnetischer Breite im Dipolfeld.

Rändern in Abb. 5 - Abb. 7 gezeigten Werte ist zu berücksichtigen, daß a) Randfehler durch die fehlenden horizontalen Ionosphärenströme außerhalb des

Modellgebietes auftreten, die im Fall der Pedersen-Ströme den magnetischen Effekt des zentralen feldparallelen Stromes weiter kompensieren würden, und daß b) die totale Magnetfeldstörung beider Systeme am Rande sehr klein ist, so daß sie in der Realität i.a. von näher fließenden Strömen überdeckt werden würde. So beträgt bei $\eta=68^\circ$; $\varphi=0^\circ$ der Magnetfeldbetrag von System 1 4,5 nT, der von System 2 25,7 nT, verglichen mit 5,6 nT bzw. 61,6 nT im Zentrum des Modellgebietes, also bei $\eta=70^\circ$; $\varphi=0^\circ$.

Wenn daher von den Randgitterpunkten des Modellgebietes abgesehen wird, liegt, wie ersichtlich, für $\epsilon=73,9^\circ$ (Abb. 5) der Anteil des Systems 1 an der Gesamtmagnetfeldstörung am Boden bei etwa 5 % in der Nähe des Zentrums des Modellgebietes und steigt bis auf etwas über 10 % an dessen Südrand an. Für $\epsilon=63,4^\circ$ (Abb. 6) ist der Effekt des Systemes 1 mit bis zu 15 % an der Gesamtmagnetfeldstörung immer noch moderat. Allerdings steigt er im Falle $\epsilon=19,4^\circ$ (Abb. 7) in allen Richtungen vom Zentrum des Modellgebietes schnell auf über 30 % an und wird damit intolerabel.

Für polare Breiten ergibt sich für den Effekt durch das System 1 also ein Anteil von weniger als 10 %. Dieses Ergebnis stimmt mit den teilweise qualitativen Resultaten früherer Arbeiten überein (Richmond, 1974; Fukushima, 1976; Untiedt und Baumjohann, 1994; Amm, 1995).

Zusammenfassend läßt sich also feststellen, daß die getroffene Annahme radialer Magnetfeldlinien sowohl hinsichtlich der Gültigkeit der benutzten Form des Ohm'schen Gesetzes als auch in Bezug auf die Vernachlässigung des Magnetfeldeffektes der tatsächlich geneigten feldparallelen Ströme polwärts von 45° magnetischer Breite einen akzeptablen Fehler von weniger als 10-15 % ausmacht. Äquatorwärts dieser Breite steigen die Fehler jedoch insbesondere hinsichtlich der Tensorelemente des Ohm'schen Gesetzes schnell an, so daß die Charakteristikenmethode in dieser Region nicht angewendet werden kann.

Da in dieser Arbeit nur Daten bzw. Modellgebiete polwärts von etwa 65° magnetischer Breite verwendet werden, können die in diesem Abschnitt diskutierten Fehler für unsere Untersuchungen mit guter Näherung vernachlässigt werden.

2.3 Vom Boden zur Ionosphäre: Feldtrennung und -fortsetzung der Magnetfeldstörung am Boden sowie Umrechnung in äquivalente Ströme mittels „spherical cap harmonic analysis“ (SCHA)

Die Beschreibung von Magnetfeldern im stromfreien Raum in sphärischen Koordinaten mittels sphärischer harmonischer Analyse (SHA) - einschließlich ihrer Zerlegung in durch innere und äußere Quellen erzeugte Anteile und ihrer Höhenfortsetzung - geht auf C.F. Gauß zurück und ist bereits in dem klassischen Werk von Chapman und Bartels (1940) voll ausgearbeitet. Im stromfreien Gebiet gilt neben $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ zusätzlich $\nabla \times \vec{B} = 0$. Somit existiert dort ein magnetisches Potential Φ mit $\vec{B} = -\nabla \Phi$, das die Laplace-Gleichung $\Delta \Phi = 0$ erfüllt. Der Vorteil der SHA gegenüber anderen Beschreibungsmöglichkeiten (vgl. z.B. Haines, 1990) besteht darin, daß ihre Entwicklung von \vec{B} implizit diese physikalischen Eigenschaft des Magnetfeldes berücksichtigt. Derselben Tatsache verdankt die SHA auch, daß ihre Entwicklung des Magnetfeldes radial fortsetzbar ist. Das Gebiet zwischen der Erdoberfläche und der Ionosphäre wird hier als stromfrei betrachtet, da Verschiebungsströme vernachlässigt werden (vgl. Abschnitt 2.6).

Da die Basisfunktionen der SHA sich jedoch über die gesamte Erdoberfläche erstrecken, ergeben sich Probleme, wenn das interessierende Gebiet, auf dem Daten für \vec{B} vorliegen und auf dem es entwickelt werden soll, nur einen Teil der Erdoberfläche umfaßt: Zum einen sind die harmonischen Koeffizienten der SHA dann schlecht definiert, oder es müssen (modellerte) ‘virtuelle’ Datenpunkte hinzugefügt werden. Zum anderen beträgt die kleinste Wellenlänge, die mit der SHA aufgelöst werden kann, $\lambda_{\min} = (2\pi R_E)/n_{\max}$, wobei n_{\max} der höchste in der SHA-Entwicklung verwendete Grad ist. Für eine gewünschte Auflösung von $\lambda_{\min} = 400 \text{ km}$ wäre somit $n_{\max} = 100$ erforderlich, was eine Gesamtzahl von 10201 SHA-Koeffizienten bedeuten würde.

Ein Ausweg aus diesen Problemen wurde mit der spherical cap harmonic analysis (SCHA) (Haines, 1985) entwickelt. Es sei der Fall betrachtet, daß die gegebenen Daten innerhalb einer sphärischen Kappe liegen, deren Mittelpunkt in geographischen Koordinaten (ϑ_p, φ_p) und deren Halbwinkel ϑ_0 ist

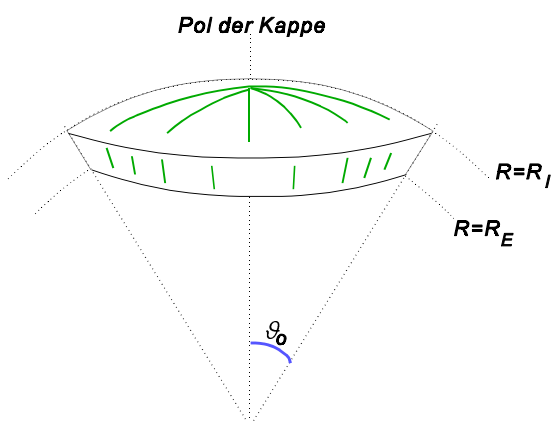


Abb. 8 Schematische Darstellung einer sphärischen Kappe

(zur Illustration siehe Abb. 8; zur Angleichung an die Notation der früheren Literatur wird in diesem wie im nächsten Abschnitt ausschließlich das in der Mathematik übliche sphärische Koordinatensystem mit r nach oben und ϑ positiv nach Süden benutzt). Die SCHA-Entwicklung des magnetischen Potentials Φ in der stromfreien Region zwischen $r = R_E$ und $r = R_I$ im sphärischen Koordinatensystem mit dem Mittelpunkt der sphärischen Kappe als Nordpol lautet dann (Haines, 1985)

$$\Phi(r, \vartheta, \varphi) = R_E \left[\sum_{k=0}^{K_i} \sum_{m=0}^k \left(\frac{R_E}{r} \right)^{n_k(m)+1} P_{n_k(m)}^m(\cos \vartheta) \cdot \{g_k^{m,i} \cos(m \varphi) + h_k^{m,i} \sin(m \varphi)\} \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{K_e} \sum_{m=0}^k \left(\frac{r}{R_E} \right)^{n_k(m)} P_{n_k(m)}^m(\cos \vartheta) \cdot \{g_k^{m,e} \cos(m \varphi) + h_k^{m,e} \sin(m \varphi)\} \right] \quad (3)$$

Die Struktur dieser Gleichung ist mit der bekannten SHA-Entwicklung identisch. Um allerdings geeignete Basisfunktionen auf der sphärischen Kappe zu erzeugen, muß der ganzzahlige Grad n der SHA-Entwicklung durch einen unganzzahligen Grad $n_k(m)$ in der SCHA-Entwicklung ersetzt werden, wobei $k = 0, \dots, K_i$ für die Summe des durch innere Quellen (Index ‘i’) und $k = 0, \dots, K_e$ für die Summe des durch äußere Quellen (Index ‘e’) erzeugten magnetischen Potentials ganzzahlige Zählindizes sind, und K_i bzw. K_e die Anzahl der für die Entwicklung benutzten internen bzw. externen Koeffizienten bestimmen. Die $n_k(m)$ werden durch folgende Randbedingungen für die assoziierten Legendre-Funktionen $P_{n_k(m)}^m(\cos \vartheta)$ bei $\vartheta = \vartheta_0$ festgelegt:

$$\frac{dP_{n_k(m)}^m(\cos \vartheta_0)}{d\vartheta} = 0 \quad \text{für } k-m \text{ gerade} \quad (4)$$

$$P_{n_k(m)}^m(\cos \vartheta_0) = 0 \quad \text{für } k-m \text{ ungerade}$$

Für ein gegebenes m und ϑ_0 werden also diejenigen assoziierten Legendre-Funktionen bestimmt, die (4) erfüllen und nach steigendem $n_k(m)$ geordnet mit dem Index k versehen. Die Basisfunktionen, die sich aus der Lösung von (4) oben bzw. unten ergeben, bilden zwei Gruppen. Innerhalb jeder Gruppe sind die Lösungsfunktionen orthogonal zueinander, jedoch nicht zwischen den Gruppen. Man beachte, daß in (3) ein Term mit $k=0, m=0$ auftaucht, in welchem Falle $n_k(m)$ unabhängig von ϑ_0 ebenfalls den Wert 0 annimmt. Wegen $P_0^0 \equiv 1$ spiegelt dieser Term den Mittelwert von Φ wieder, der im Gegensatz zum Fall der gesamten Erdoberfläche über der sphärischen Kappe nicht a priori verschwinden muß.

Da $n_k(m)$ i.a. ungeradzahlig ist, wird eine Definition der assoziierten Legendre-

$\downarrow k \ m \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0.00								
1	6.38	4.84							
2	10.49	10.49	8.36						
3	15.31	14.79	14.26	11.69					
4	19.60	19.60	18.75	17.86	14.93				
5	24.29	23.97	23.64	22.53	21.36	18.13			
6	28.65	28.65	28.09	27.52	26.20	24.79	21.29		
7	33.28	33.04	32.81	32.05	31.28	29.78	28.18	24.43	
8	37.67	37.67	37.25	36.83	35.91	34.97	33.30	31.52	27.55

Tabelle 2 Unganzzahlige Grade $n_k(m)$ einer SCHA-Entwicklung für einen Halbwinkel $\vartheta_0 = 20^\circ$ der Kappe
Funktionen benötigt, die nicht auf einem ganzzahligen Grad n beruht (Hobson, 1931;
Haines, 1985):

$$P_n^m(\cos \vartheta) = K_n^m \cdot \sin^m \vartheta \cdot F(m-n; n+m+1; 1+m; \frac{1-\cos \vartheta}{2}) \quad (5)$$

Dabei ist $F(\alpha; \beta; \gamma; x)$ die hypergeometrische Funktion (z.B. Arfken, 1985), und K_n^m sind die Normalisierungsfaktoren. In der Geophysik wird üblicherweise die Schmidt-Normalisierung benutzt (vgl. z.B. Chapman und Bartels, 1940). Hwang und Chen (1997) verwenden jedoch eine von ihnen so bezeichnete „vollständige Normalisierung“, bei der der Mittelwert des Quadrates jeder der Basisfunktionen über die sphärische Kappe zu eins wird (vgl. auch Heiskanen und Moritz, 1967). Wird diese Normalisierung in die Definition der $P_n^m(\cos \vartheta)$ wie in Gl. (5) gezogen, lässt sich ein numerisch stabilerer analytischer Ausdruck für deren Berechnung gewinnen als er durch direkte Auswertung der hypergeometrischen Funktion entsteht. Numerische Instabilitäten bei der direkten Auswertung von Gl. (5) entstehen allerdings erfahrungsgemäß erst bei hohen Werten von n und m , etwa ab 20.

Eine wichtige Eigenschaft der SCHA beschreibt die Relation $n_k(m) \geq k$ (vgl. Tabelle 2 für ein Beispiel mit $\vartheta_0 = 20^\circ$ und $k = 0, \dots, 8$). Die minimale auflösbare Wellenlänge der SCHA ergibt sich analog zu der oben für die SHA gegebene Beziehung, wobei aber n_{\max} durch $n_k(m)_{\max}$ ersetzt wird. Also erzielt die SCHA für das in Tabelle 2 gegebene Beispiel mit derselben Anzahl an Koeffizienten eine 4,7-fach höhere Wellenlängen-

auflösung als die SHA, zusätzlich zu ihrem oben erwähnten Vorteil, daß keine ungemessenen Daten außerhalb der sphärischen Kappe benötigt werden.

Zusammenfassend wird also die Feldtrennung in durch innere und äußere Quellen erzeugten Anteile der Magnetfeldstörung am Boden \vec{B}_G sowie die Feldfortsetzung des letzteren Anteiles auf Ionosphärenhöhe wie folgt vorgenommen: Zunächst werden die Koeffizienten $g_k^{m,\{i\}}_e$ und $h_k^{m,\{i\}}$ durch Anpassen von $\vec{B}_G = -\nabla\Phi$ entsprechend Gl. (3) an

die gegebenen Beobachtungen ermittelt. Dann wird der durch äußere Quellen erzeugte Anteil von \vec{B}_G separiert, indem nur die zweite (externe) Summe in (3) benutzt wird. Einsetzen von $r = R_I$ in diese Summe ergibt schließlich die Fortsetzung auf Ionosphärenhöhe. Computerprogramme für diesen Zweck wurden von Haines (1988) gegeben. Für den ersten Schritt der Regressionsanalyse zur Bestimmung der SCHA-Koeffizienten benutzen diese Programmen einen von Efroymson entwickelten Algorithmus (siehe Draper und Smith, 1966), der, um die gegebenen Freiheitsgrade optimal zu nutzen, nur Koeffizienten verwendet, die mit einer vorgebbaren statistischen Signifikanz zur Verbesserung der Anpassung beitragen.

Diese Programme wurden in der Literatur ausgiebigen Tests unterzogen, am ausführlichsten durch Haines (1988), Haines und Torta (1994) sowie Torta und de Santis (1996). Im folgenden sollen einige Hinweise über mögliche Probleme bei der Anwendung der SCHA gegeben werden: 1.) Wie bereits Haines (1985) feststellte, können an dem Rand $\vartheta = \vartheta_0$ im Zuge der Feldfortsetzung nach oben Fehler auftreten, die sich mit zunehmender Fortsetzungshöhe in die Kappe hinein ausbreiten. Er erklärte diese Fehler mit der fehlenden unabhängigen Kontrolle der zweiten und höheren Ableitungen an diesem Rand (vgl. Gl. (4)). Erfahrungsgemäß reicht es bei der Feldfortsetzung vom Boden zur Ionosphäre aus, die sphärische Kappe 1-2° größer zu wählen als durch die Datenpunkte bzw. das interessierende Gebiet vorgegeben, um den Einfluß jener Fehler aus dieses Gebiet zu minimieren. 2.) Torta und de Santis (1996) berichten, daß bei der SCHA numerische Probleme auftreten, wenn versucht wird, große Wellenlängen über im Vergleich kleine sphärische Kappen zu modellieren. Die größte auf dem Erdboden mit einer SCHA-Entwicklung darstellbare Wellenlänge entspricht dem Durchmesser der Kappe $2\pi R_E \vartheta_0 / 180^\circ$. Tatsächlich vorhandene größere Wellenlängen verursachen ein Aliasing in zu hohen Wellenzahlen gehörenden Koeffizienten, durch das die numerischen Probleme verursacht werden (ganz analoge Probleme treten übrigens auch bei der Feldfortsetzung in kartesischen Koordinaten mit der Fourier-Transformation auf). So fanden de Santis *et al.* (1997), daß die SCHA für die Modellierung der sehr langwelligen magne-

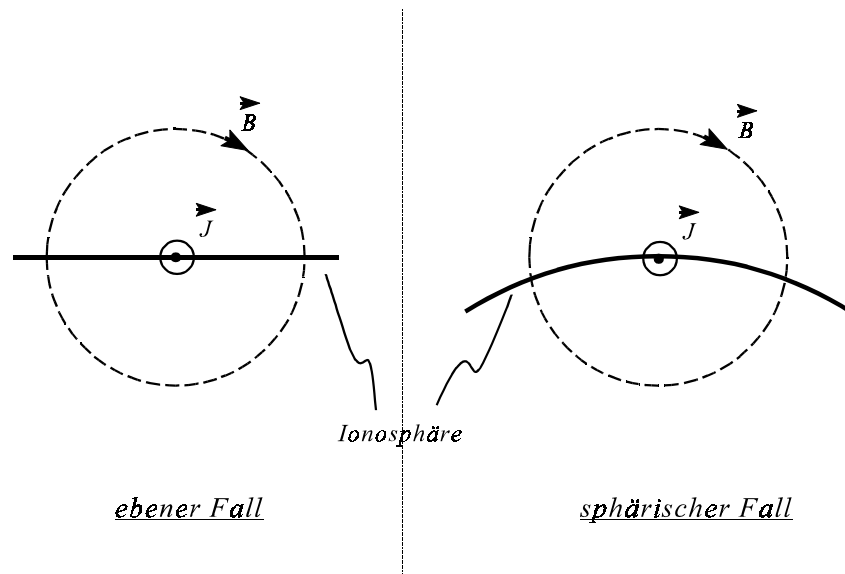


Abb. 9 Illustration der Beziehung zwischen einem (äquivalenten) Stromsegment und der Horizontal Komponente seiner Magnetfeldstörung für eine ebene und eine Kugelschalen-Ionosphäre

tischen Säkularvariationen des Hauptfeldes der Erde über Italien schlecht geeignet ist. Für die in dieser Arbeit betrachteten kurzwelligeren Ionosphärenstörungen dürfte dieses Problem jedoch allenfalls im Hinblick auf sehr homogene Elektrojets relevant sein. 3.) Im Zusammenhang mit dem vorigen Problem stellen Torta und de Santis (1996) fest, daß die Modellierung des häufig recht homogenen und von der Feldstärke her kleinen internen Anteiles der ionosphärischen Magnetfeldstörungen mit der SCHA, insbesondere bei geringer Anzahl vorliegender Meßwerte, numerische Probleme aufwirft. Dessen im Zuge der Anpassung der SCHA-Koeffizienten erzeugter absoluter Fehler kann in derselben Größenordnung wie der für den üblicherweise erheblich stärkeren, durch äußere Quellen erzeugten Anteil liegen, und ist damit relativ erheblich höher als für diesen. In dieser Arbeit sind wir ausschließlich an dem externen Anteil von \vec{B}_G interessiert.

Die SCHA wurde in der Literatur bereits mehrfach erfolgreich zur Feldtrennung und -fortsetzung von durch Ionosphärenstörungen erzeugten Magnetfeldstörungen verwendet, u.a. von Walker (1989), Haines und Torta (1994) sowie Walker *et al.* (1997).

Die Beziehung zwischen der horizontalen Magnetfeldstörung unmittelbar unterhalb der Ionosphäre $\vec{B}_{Ion,b}$ und den ihr entsprechenden äquivalenten Ionosphärenströmen $\vec{J}_{eq,Ion}$ ist für eine ebene Ionosphäre in kartesischer Geometrie lokal, nämlich $\vec{J}_{eq,Ion}(\vec{r}) = 2/\mu_0 (\hat{z} \times \vec{B}_{Ion,b}(\vec{r}))$, wobei \hat{z} der nach unten gerichtete Normaleneinheitsvektor auf der Ionosphärenebene ist (vgl. Untiedt und Baumjohann, 1993). Diese Lokali-

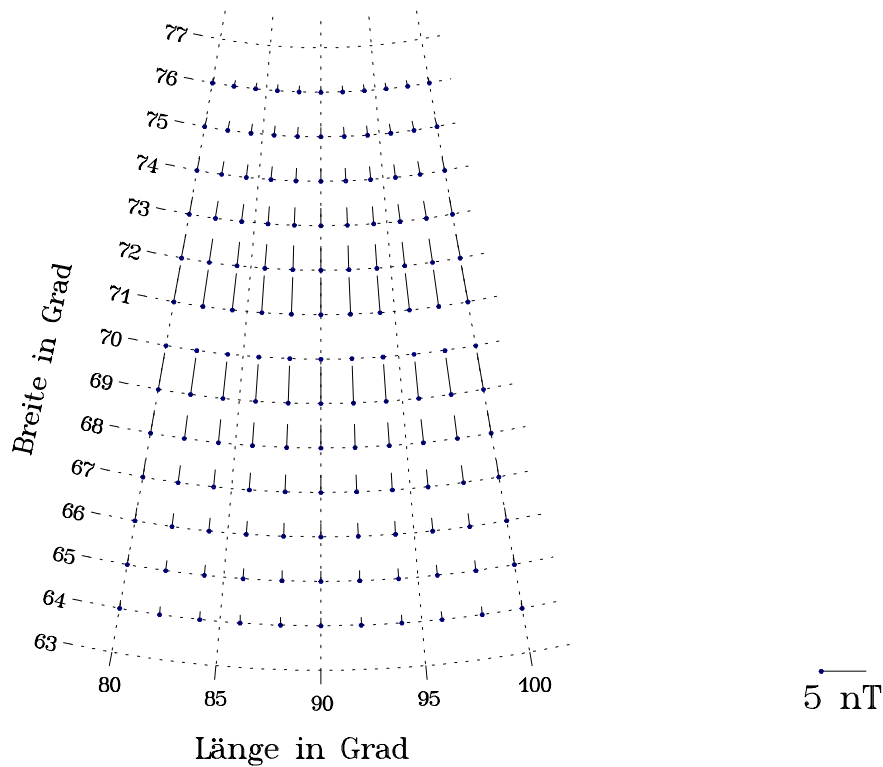


Abb. 10 Nichtlokaler Anteil der horizontalen Magnetfeldstörung eines bei 70° Breite mit 1000 mA/m Stärke in Ostrichtung fließenden ionosphärischen Schichtstromes (für Details s. Text)

tät rührt daher, daß jedes Segment von $\vec{J}_{eq, Ion}$ nur unmittelbar unterhalb seiner Position eine horizontale Magnetfeldstörung erzeugt, überall sonst in der Ionosphäre aber eine rein vertikale Magnetfeldstörung (zur Illustration siehe Abb. 9, links). Im Falle einer Kugelschalen-Ionosphäre in sphärischer Geometrie dagegen erzeugt dasselbe Segment auch an anderen Orten auf der Schale als seiner eigenen Position eine horizontale Magnetfeldstörung, d.h. umgekehrt, die äquivalenten Ströme an einem bestimmten Ort auf der Schale werden auch von entfernten Strömen beeinflusst (Abb. 9, rechts). Die Beziehung zwischen $\vec{B}_{Ion, h}$ und $\vec{J}_{eq, Ion}$ läßt sich in diesem Fall durch die Harmonischen der SHA bzw. SCHA-Entwicklung ausdrücken. Sei Φ_k^e die k -te Harmonische des externen magnetischen Potentials (d.h. des externen Anteiles von (3) innerhalb der k -Summe) unmittelbar unterhalb der Ionosphäre und Ψ_k die entsprechende k -te Harmonische der ionosphärischen äquivalenten Stromfunktion, definiert durch $\vec{J}_{eq, Ion} = +\nabla\Psi$, so ergibt sich (Richmond, 1974; Haines und Torta, 1994; beachte, daß der Faktor $10 / 4\pi$, der in Chapman und Bartels, 1940 sowie Kamide *et al.*, 1976 auftaucht, nur in cgs-Einheiten korrekt ist)

$$\Psi_k = \frac{1}{\mu_0} \left(2 - \frac{1}{n+1} \right) \Phi_k^e \quad (6)$$

Gl. (6) kann in Gl. (3) eingesetzt werden, um so Ψ in einem Schritt mit der Feldtrennung und -fortsetzung aus den SCHA-Koeffizienten zu berechnen. Der konstante Faktor $2/\mu_0$ ist identisch mit dem in ebener Geometrie auftauchenden Faktor und repräsentiert den lokalen Anteil der Beziehung zwischen Ψ und Φ^e , wohingegen der zweite Term in der Klammer für den nicht-lokalen Anteil dieser Beziehung verantwortlich ist. Dieser zweite Term verschwindet für $n \rightarrow \infty$ entsprechend $\lambda \rightarrow 0$, d.h. für kleine Wellenlängen, für die die Krümmung der Sphäre vernachlässigbar wird. Um die erwähnte Nichtlokalität zu illustrieren, zeigt Abb. 10 die mittels Biot-Savart-Integration berechnete horizontale Magnetfeldstörung unmittelbar unterhalb der Ionosphäre eines ostwärts fließenden ionosphärischen Schichtstromes von konstanter Stärke 1000 mA/m , dessen Zentrum sich auf konstanter Breite von 70° befindet (der Schichtstrom hat eine Breitenausdehnung von 1° und erstreckt sich von 0° bis 180° Länge). Damit die kleinen Vektoren, die durch den nicht-lokalen Anteil von (6) hervorgerufen werden, sichtbar werden, wurden die 637 nT -Vektoren, die durch den lokalen Anteil auf der zentralen Breite des Stromflusses erzeugt werden, in Abb. 10 gelöscht. Wie ersichtlich, erreichen die nicht-lokalen Vektoren in 1° Breitenabstand von der zentralen Breite eine Stärke von etwa $0,6 \%$ der lokalen Magnetfeldstörung direkt unterhalb des Schichtstroms. Dieser Anteil fällt bis 5° Breitenabstand auf $0,18 \%$ ab.

In einigen Arbeiten werden die in diesem Abschnitt dargestellten Schritte vollständig übergangen und die äquivalenten Ströme, die aus der gesamten Magnetfeldstörung am Boden mittels der oben erwähnten lokalen Relation berechnet werden, als identisch mit den äquivalenten Strömen auf Ionosphärenhöhe angesehen (z.B. Lühr und Schlegel, 1994; Stauning, 1995). Allerdings scheint es, daß - obwohl vom Typ und dem Zweck der jeweiligen Untersuchung abhängig - beträchtliche Fehler besonders dann gemacht werden können, wenn die Feldfortsetzung auf Ionosphärenhöhe weggelassen wird. Üblicherweise sind die ionosphärischen äquivalenten Ströme nicht nur stärker als die am Boden, sondern haben auch eine etwas unterschiedliche Struktur, da höhere Wellenzahlen beim Prozeß der Feldfortsetzung zu den Quellen hin relativ verstärkt werden (vgl. Gl. (3) sowie die Anwendungsbeispiele in Kapitel 5). Die relative Wichtigkeit der Feldfortsetzung gegenüber der Feldtrennung wird durch die Diskussion eines Anwendungsbeispiels in Abschnitt 5.3.2 deutlich gemacht, für das explizit die durch innere und äußere Anteile verursachten Magnetfeldstörungen verglichen werden und der innere Anteil als geringfügig gezeigt wird. Der durch die Verwendung der ebenen statt der sphärischen Relation zwischen Ψ und Φ^e entstehende Fehler ist, wie in Abb. 10 zu erkennen, klein und tolerabel.

2.4 Rotations- und divergenzfreie ionosphärische Elementarstromsysteme in sphärischen Koordinaten und Anwendungsbeispiel anhand des Modelles eines Cowling-Kanals

In ebener Geometrie hat ein beliebiges ionosphärisches Stromsystem \vec{J} die Eigenschaft, daß nur sein divergenzfreier Anteil \vec{J}_{df} unterhalb der Ionosphäre eine Magnetfeldstörung erzeugt, während diejenige des rotationsfreien Anteils \vec{J}_{cf} sich mit dem Magnetfeldeffekt der FACs annulliert (z.B. Fukushima, 1976). Es gilt daher $\vec{J}_{eq, Ion} \equiv \vec{J}_{df}$. Um eine solche, für die Durchführung der Charakteristikenmethode essentielle Relation auch im Falle sphärischer Geometrie zu verifizieren, werden in diesem Abschnitt rotationsfreie und divergenzfreie Vektor-Basisfunktionen auf der Kugelsphäre (hier „Elementarstromsysteme“ genannt) abgeleitet, ihre Magnetfeldwirkung diskutiert und gezeigt, wie beliebige ionosphärische Stromsysteme unabhängig von der jeweiligen Verteilung der Leitfähigkeiten nach diesen Elementarstromsystemen entwickelt werden können.

2.4.1 Überblick über frühere Arbeiten

Die magnetischen Effekte spezieller ionosphärischer Stromkonfigurationen wurden u.a. von Tamao (1964, 1986), Kern (1966) sowie von Fukushima (1976, und Referenzen darin) untersucht. In diesen Arbeiten wurden jedoch spezielle Annahmen über die ionosphärischen Leitfähigkeiten (meist wurden uniforme Leitfähigkeiten angenommen) wie auch über die Konfiguration des ionosphärischen elektrischen Feldes gemacht, welche die Allgemeinheit der erzielten Resultate schmälerten. Tamao (1964) und Kern (1966) zeigten, daß im Falle uniformer Leitfähigkeiten die äquivalenten Ströme identisch mit den Hall-Strömen sind. Die umfangreichsten Arbeiten in diesem Gebiet wurden von Fukushima durchgeführt und sind in Fukushima (1976) zusammengefaßt. Er fand heraus, daß ein Stromsystem, welches aus einem feldparallelen Strom (FAC) besteht, der durch in entgegengesetzte Richtung fließende FACs, die gleichmäßig über die gesamte Kugelschalen-Ionosphäre verteilt sind, in seiner Stärke gerade kompensiert wird, sowie aus entsprechenden horizontalen Ionosphärenströmen, die radial zu dem ersten FAC hin oder von ihm weg fließen (je nach dessen Vorzeichen), keine Magnetfeldstörung unterhalb der Ionosphäre verursacht und geeignet ist, durch Superposition mehrerer solcher Systeme realistische Stromsysteme zu erzeugen. Er benutzte jedoch neben diesem rotationsfreien Elementarsystem keinen zweiten Satz an Basisfunktionen, um den divergenzfreien Anteil der Ionosphärenströme (also den, der nicht mit FACs verbunden ist) zu beschreiben. Zudem faßte er die horizontalen Ströme seines Systems als Pedersen-Ströme auf und war

damit an den Fall uniformer Leitfähigkeiten gebunden. Für einige Spezialfälle mit nicht-uniformen Leitfähigkeiten gab er Korrekturen hinsichtlich deren äquivalenten Strömen im Vergleich zum uniformen Fall an und zeigte dabei auch auf, wie verschieden die tatsächlichen Ionosphärenströme von den äquivalenten Strömen aussehen können. Ebenfalls uniforme Leitfähigkeiten annehmend, erweiterte Tamao (1986) seine frühere Studie, indem er den magnetischen Effekt geradlinig fließender, aber geneigter FACs untersuchte, während in allen anderen erwähnten Arbeiten die FACs als radial fließend angenommen werden.

Für den Fall einer ebenen, kartesischen Geometrie untersuchten z.B. Untiedt und Baumjohann (1993) die Aufspaltung beliebiger ionosphärischer Stromsysteme in ihren gesamten rotations- und divergenzfreien Anteil, ohne dabei spezielle Annahmen über die Leitfähigkeiten oder das elektrische Feld zu machen. Sie zeigten darüber hinaus ein Beispiel für diese Aufspaltung, ohne allerdings Gleichungen für die dabei benutzten Basisfunktionen anzugeben. Ein Beispiel für die Anwendung derselben Technik auf ein Omega-Band findet sich in Amm (1996b).

2.4.2 Sphärische Elementarstromsysteme und ihre Superposition zu realen Stromsystemen

In diesem Abschnitt werden zwei Aspekte behandelt: Der Hauptaspekt ist die rein mathematische Operation der Konstruktion rotations- und divergenzfreier Vektor-Basisfunktionen und die Entwicklung eines gegebenen Vektorfeldes \vec{J} , in unserem Fall der horizontalen Ionosphärenströme, in diese. Der zweite Aspekt der Untersuchung des Magnetfeldeffektes der Elementarstromsysteme einschließlich ihrer Divergenzen, also der FACs, ist physikalischer Natur. Zur besseren Anschaulichkeit werden wir aber auch den ersten Aspekt in physikalischen Begriffen behandeln.

Um ein rotationsfreies Elementarstromsystem zu konstruieren, plazieren wir eine Divergenz von \vec{J} der Stärke $I_{0,cf}$ - in physikalischen Begriffen gesprochen also einen FAC, der wie stets in dieser Arbeit als radial fließend angenommen wird - an eine Stelle der Ionosphären-Kugelschale, die wir „Pol“ des Elementarstromsystemes nennen und als Nordpol eines sphärischen Koordinatensystems $(r', \vartheta', \varphi')$ definieren (dessen Einheitsvektoren als $\underline{e}_{r'}$, $\underline{e}_{\vartheta'}$ und $\underline{e}_{\varphi'}$ bezeichnet werden). Wir verlangen dann für das rotationsfreie (Index ,cf'), horizontale ionosphärische Elementarstromsystem (Index ,el') $\vec{J}_{cf,el}(\vec{r}')$

$$\begin{aligned} \left[\text{rot } \vec{J}_{cf,el}(\vec{r}') \right]_r &\equiv 0 \\ \text{div}_h \vec{J}_{cf,el}(\vec{r}') &\equiv \text{const.}, \text{ für } \vartheta' \neq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Da die Summe der in die Ionosphäre hineinfließenden und der aus ihr herausfließenden FACs verschwinden muß, kann im sphärischen Fall offensichtlich die Konstante in Gl. (7) nicht zu Null gewählt werden, wie es im ebenen Fall getan werden kann, in welchem die durch den FAC am Pol verursachten Ströme als im Unendlichen zurückfließend angenommen werden können. Da wir das Stromsystem so gewählt haben, daß die für den Rückfluß verantwortlichen FACs homogen über die Ionosphäre verteilt sind, folgt $\text{const.} = -I_{0,cf} / 4\pi R_I^2$. Aus dieser Wahl folgt weiterhin, daß die horizontale Stromdichte auf der dem Pol des Elementarstromsystems gegenüberliegenden Punkt zu Null werden, d.h. $\vec{J}_{cf,el}(\vartheta' = 180^\circ) = 0$ verlangt werden muß. Eine direkte Integration liefert dann

$$\vec{J}_{cf,el}(\vec{r}') = - \frac{I_{0,cf}}{4\pi R_I} \cot(\vartheta'/2) \underline{e}_{\vartheta'} \quad (8)$$

Dieses Stromsystem ist identisch mit demjenigen, das Fukushima (1976) als Pedersen-Stromsystem definierte. Hier benutzen wir es jedoch als reine Basisfunktion, für die keinerlei Spezifikation, wie der Strom physikalisch tatsächlich erzeugt wurde, nötig ist. Wenn das obige Elementarstromsystem zusammen mit einem zusätzlichen Modell für das elektrische Feld interpretiert wird, wird es i.a. sowohl Pedersen- als auch Hall-Stromanteile besitzen.

Das in Gl. (8) gegebene Stromsystem ist rotationsfrei und poloidal. Zusammen mit den es begleitenden FACs erzeugt es keine Magnetfeldstörung unterhalb der Ionosphäre, wie Fukushima (1976) bereits auf zwei verschiedene Arten zeigte. Die Abweichung der tatsächlichen FACs von der hier angenommenen radialen Flußrichtung führt zu einem toroidalen Stromanteil, der ein poloidales Magnetfeld erzeugt, welches in den Bereich unterhalb der Ionosphäre hinein'leckt'. Dieser Effekt ist in Breiten polwärts von ca. 45° aber vernachlässigbar klein, wie ausführlich in Abschnitt 2.2 diskutiert wurde.

Das divergenzfreie Elementarstromsystem wird völlig analog zu dem rotationsfreien konstruiert und ergibt sich zu

$$\vec{J}_{df,el}(\vec{r}') = \frac{I_{0,df}}{4\pi R_I} \cot(\vartheta'/2) \underline{e}_{\varphi'} \quad (9)$$

Neben der Tatsache seiner Divergenzfreiheit ist dieses Elementarstromsystem toroidal und erzeugt somit ein poloidales Magnetfeld, das sich über den gesamten Raumbereich

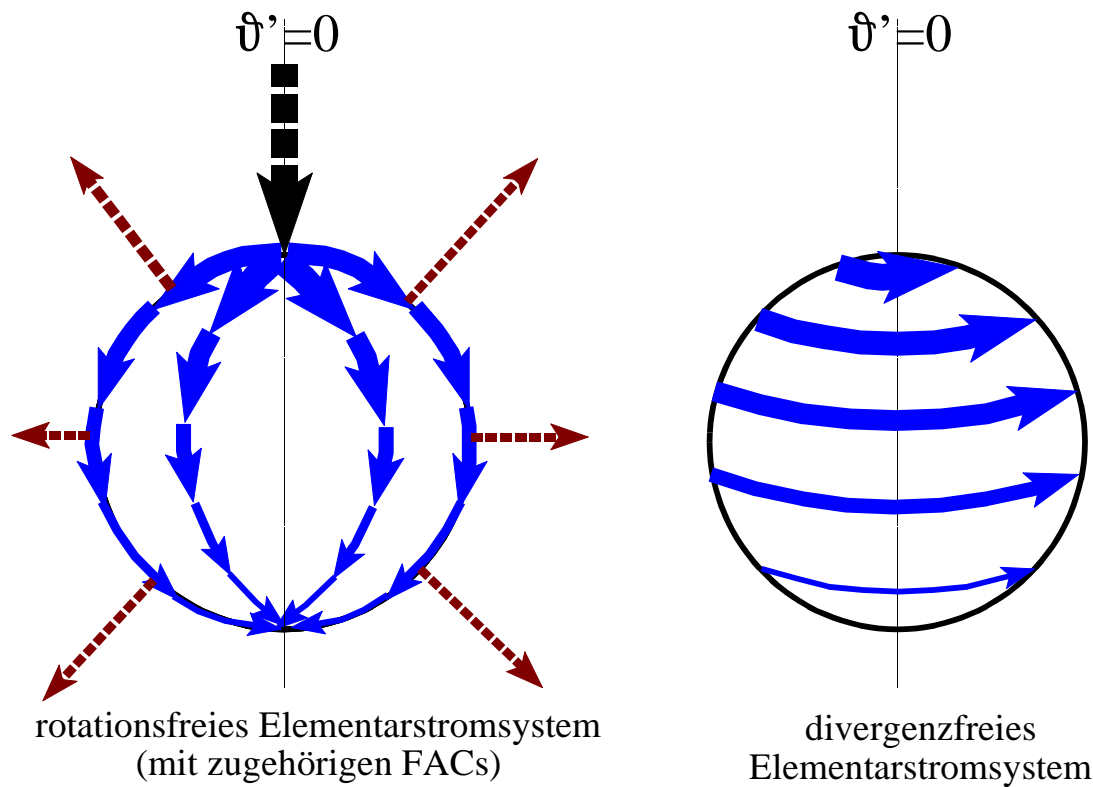


Abb. 11 Schematische Skizze des rotationsfreien (links) und divergenzfreien (rechts) ionosphärischen Elementarstromsystems (durchgezogene Pfeile); in der Abbildung links zudem: am Pol des Elementarstromsystems in die Ionosphäre hineinfließender FAC (dicker gestrichelter Pfeil); abgesehen von diesem Pol auf der ganzen Kugelschale homogen abfließende Rückstrom-FACs (dünne gestrichelte Pfeile).

erstreckt. Außer in seinem Pol hat das System eine auf der ganzen Sphäre konstante Rotation von $-(I_{0,df} / 4\pi R_I^2) \underline{e}_r$. Abb. 11 zeigt eine schematische Illustration des divergenzfreien und des rotationsfreien Elementarstromsystems mit seinen begleitenden FACs.

Die Tatsache, daß die beiden Elementarstromsysteme Vektor-Basisfunktionen auf der zweidimensionalen Kugelsphäre sind, folgt direkt aus ihrer linearen Unabhängigkeit und Vollständigkeit. Die erstere Eigenschaft sieht man aus ihrer Orthogonalität gegeneinander, die zweite aus ihrer ein-eindeutigen Beziehung mit beliebigen, vorgegebenen Verteilungen von Divergenz und Rotation eines Vektorfeldes auf der Kugelsphäre (z.B. Cushing, 1975; Arfken, 1985). Obgleich die Elementarstromsysteme achsensymmetrisch in Bezug auf die Achse durch ihren Pol sind, sind Superpositionen von ihnen mit unterschiedlichen Positionen der Pole nicht auf spezielle Symmetrien beschränkt.

Für kleine ϑ' , mit $\cot(\vartheta'/2) \approx (2/\vartheta')$ und $R_I \vartheta' \approx \varrho'$, reduzieren sich (8) und (9) auf die Elementarstromsysteme für den ebenen Fall

$$\begin{aligned}\vec{J}_{cf,el,cart}(\vec{r}') &= - \frac{I_{0,cf}}{2\pi\varrho'} \underline{e}_{\varrho'} \\ \vec{J}_{df,el,cart}(\vec{r}') &= \frac{I_{0,df}}{2\pi\varrho'} \underline{e}_{\varphi'}\end{aligned}\quad (10)$$

wobei ein Zylinderkoordinatensystem (ϱ', φ', z') mit dem Pol der Elementarstromsysteme als Ursprung benutzt wurde und z' nach oben zeigt. Diese Elementarstromsysteme besitzen außerhalb ihrer Pole eine verschwindende Rotation oder Divergenz (wie man auch am Übergang $R_I \rightarrow \infty$ vom sphärischen Fall aus erkennt).

Mit den Elementarsystemen (8) und (9) sowie Helmholtz's Theorem (z.B. Arfken, 1985), nach dem ein beliebiges Vektorfeld \vec{J} sich eindeutig in einen rotationsfreien Anteil \vec{J}_{cf} und einen divergenzfreien Anteil \vec{J}_{df} aufspalten läßt, können wir für ein beliebiges horizontales ionosphärisches Stromsystem \vec{J} schreiben

$$\begin{aligned}\vec{J}(\vec{r}) &= \vec{J}_{cf}(\vec{r}) + \vec{J}_{df}(\vec{r}) \\ &= \iint_{\text{Ionosph.}} - \frac{\text{div}_h \vec{J}(\vec{r}')}{4\pi R_I} \cot(\tilde{\vartheta}/2) \underline{e}_{\tilde{\vartheta}} d^2 r' \\ &\quad + \iint_{\text{Ionosph.}} \frac{[\text{rot } \vec{J}(\vec{r}')]_r}{4\pi R_I} \cot(\tilde{\vartheta}/2) \underline{e}_{\tilde{\varphi}} d^2 r'\end{aligned}\quad (12)$$

wobei $\tilde{\vartheta}$ und $\tilde{\varphi}$ die Koordinaten von \vec{r} in dem sphärischen Koordinatensystem mit Nordpol bei \vec{r}' bezeichnen, und $\underline{e}_{\tilde{\vartheta}}$ sowie $\underline{e}_{\tilde{\varphi}}$ die horizontalen Einheitsvektoren in letzterem System sind. Für (12) haben wir vom Gauß'schen und Stoke'schen Gesetz

Gebrauch bemacht, um die Beziehungen $\iint \text{div}_h \vec{J}(\vec{r}') d^2 r' = I_{0,cf}(\vec{r})$ und $\iint [\text{rot } \vec{J}(\vec{r}')]_r d^2 r' = I_{0,df}(\vec{r})$ abzuleiten (wobei $K_r^{r \rightarrow 0}$ ein kreisförmiges Ionosphärengebiet mit Radius r um \vec{r} ist und $I_{0,\{cf\}}(\vec{r})$ die jeweiligen Konstanten der Elementarsysteme mit

Pol bei \vec{r} bezeichnen). Die konstanten Rotationen und Divergenzen der Elementarsysteme außerhalb ihrer Pole heben sich in der Superposition in (12) gegenseitig auf, da, um physikalisch sinnvolle Stromsysteme zu erhalten, $\iint_{\text{Ionosph.}} I_{0,\{cf\}}(\vec{r}') d^2 r' = 0$ verlangt

werden muß (vgl. Fukushima, 1976, für das rotationsfreie Elementarstromsystem). Für eine praktische Berechnung bedeutet (12), daß die Elementarstromsysteme mit einem Gewicht entsprechend der jeweiligen r -Komponente der Rotation bzw. horizontalen Divergenz von \vec{J} an ihren Polen aufsummiert werden.

Der Nachweis der Entwickelbarkeit von \vec{J} in die Elementarstromsysteme zusammen mit der erwähnten Eigenschaft eines toroidalen Magnetfeldes des rotationsfreien Elementarstromsystemes zusammen mit seinen FACs ermöglicht schließlich, analog zum ebenen Fall (vgl. Untiedt und Baumjohann, 1993) zu schreiben

$$\vec{J}_{df} \equiv \vec{J}_{eq,lon} \quad (13)$$

Diese Beziehung eröffnet zudem die Möglichkeit, mit Hilfe von (12) $\vec{J}_{eq,lon}$ ohne die Notwendigkeit einer Biot-Savart-Integration zu berechnen.

2.4.3 Berechnung des gesamten rotations- und divergenzfreien Anteiles eines Stromsystemes

Eine Hauptanwendung der Aufspaltung in Elementarstromsysteme besteht darin, mittels Gl. (12) den gesamten rotations- und divergenzfreien Anteil \vec{J}_{cf} und \vec{J}_{df} (wie in Gl. (11)) eines gegebenen Stromsystemes \vec{J} zu berechnen. Es kann auch sinnvoll sein, die Hall- und Pedersen-Ströme, \vec{J}_H und \vec{J}_p , separat dieser Aufspaltung zu unterziehen (siehe das Modellbeispiel im folgenden Abschnitt). Neben der oben erwähnten Anwendung zur Berechnung von $\vec{J}_{eq,lon}$ können die Elementarsysteme auch zur Interpolation von Vektorfeldern unter der Nebenbedingung der Rotations- und / oder Divergenzfreiheit verwendet werden (s. Kapitel 3).

Als Eingabegrößen für eine Analyse des gesamten rotations- und divergenzfreien Anteiles eines Stromsystemes werden flächenhafte Verteilungen der tatsächlichen Ionosphärenströme benötigt, wie sie aus Bodenmessungen z.B. mit den in Abschnitt 1.2 erläuterten Methoden gewonnen werden können.

Einige Bemerkungen sollen im folgenden zu dieser Analyse gemacht werden:

1) Wie aus Gl. (12) ersichtlich, besteht die Analyse ausschließlich auf der Superposition der beiden Elementarstromsysteme als Vektor-Basisfunktionen. Sie ist daher unbeeinflusst davon, wie \vec{J} erzeugt wurde. Somit sind Annahmen über Σ_H , Σ_p oder \vec{E} weder erforderlich noch implementierbar. 2) Die resultierenden Stromsysteme \vec{J}_{cf} und \vec{J}_{df} müssen nicht notwendigerweise physikalische Stromsysteme in dem Sinne sein, daß das Ohm'sche Gesetz auf sie angewandt werden kann. Jedoch spalten sich viele physikalische

Vektorfelder natürlicherweise in divergenzfreie und rotationsfreie Anteile auf. Im Falle der Ionosphärenströme kann dies z.B. daran gesehen werden, daß nur deren divergenzfreier Anteil ein Magnetfeld unterhalb der Ionosphäre erzeugt. 3) Obwohl (11) lokal gültig ist, kann die Aufspaltung in \vec{J}_{cf} und \vec{J}_{df} nur global mittels (12) erfolgen. Falls \vec{J} nur auf einem Teilbereich der Ionosphäre bekannt ist, aber Divergenzen und / oder Rotationen außerhalb dieses Teilbereiches aufweist, kann mit Gl. (12), deren Integralgrenzen nun auf den Teilbereich beschränkt sind, nicht das vollständige Vektorfeld \vec{J} reproduziert werden. In diesem Fall muß ein drittes Stromsystem \vec{J}_{lap} (der Index steht für ‚Laplace‘) in (11) und (12) hinzugefügt werden, welches den verbleibenden Anteil von \vec{J} enthält. Dieses Stromsystem ist in dem Teilgebiet rotations- und divergenzfrei und besitzt daher dort ein skalares Potential, das die Laplace-Gleichung erfüllt.

2.4.4 Anwendungsbeispiel: Modell eines Cowling-Kanals

Abschließend zeigen wir ein Beispiel für die Technik der Aufspaltung eines Stromsystems in seine gesamten rotations- und divergenzfreien Anteile anhand des Modelles eines Cowling-Kanals (z.B. Boström, 1974). Es demonstriert einerseits die Potenz dieser Technik und andererseits, welche Fehler gemacht werden können, wenn versucht wird, nur aufgrund von Wirbelstrukturen in der bodenmagnetischen Störung auf FACs zu schließen. Dieser letzte Punkt wird zudem gesondert in Abschnitt 2.4.5 aufgegriffen.

Falls die ionosphärischen Leitfähigkeiten in einem länglichen Streifen der Ionosphäre stark erhöht sind, und das (primäre) elektrische Feld parallel zur längeren Seite des Streifens zeigt (diese Richtung nennen wir „Kanalrichtung“), so bauen die (primären) Hall-Ströme an den Rändern des Streifens senkrecht zur Kanalrichtung Raumladungen auf, welche ein sekundäres elektrisches Feld senkrecht zu dem primären verursachen. Die von diesem Feld erzeugten sekundären Pedersen-Ströme kompensieren nach kurzer Zeit die primären Hall-Ströme, so daß keine weiteren Raumladungen an den Flanken des Kanals aufgebaut werden und ein stationärer Zustand erreicht wird. Der Gesamtstrom senkrecht zur Kanalrichtung verschwindet somit. Die sekundären Hall-Ströme dagegen verstärken die primären Pedersen-Ströme in Kanalrichtung und führen zu einer effektiven Leitfähigkeit in dieser Richtung von $\Sigma_C = \Sigma_P + \Sigma_H^2 / \Sigma_P$, genannt „Cowling-Leitfähigkeit“.

Abb. 12 zeigt eine schematische Skizze unseres Modelles in dieser stationären Situation, wobei die Kanalrichtung von Norden (in der Abbildung oben) nach Süden (unten) zeigt. Das elektrische Feld hat eine Gesamtstärke von 11,2 mV/m (10 mV/m in Ost,

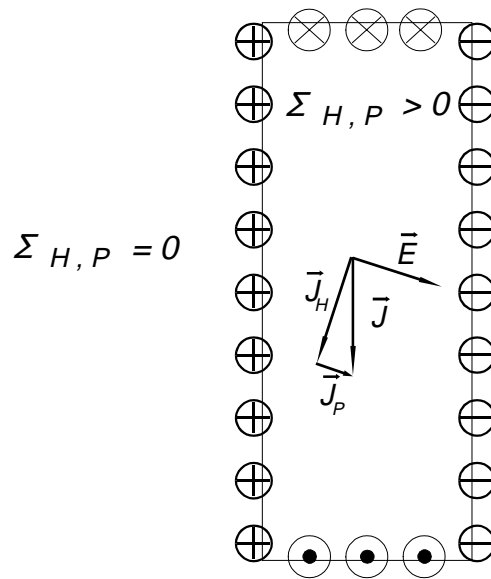


Abb. 12 Schematische Skizze des Modelles eines Cowling-Kanals. Das schattierte Gebiet stellt den Kanal dar, in dem die Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten erhöht sind, wohingegen sie außerhalb des Kanals verschwinden. Die Vektoren bezeichnen die Richtung und Stärke der gesamten Ströme \vec{J} , der Hall- und Pedersen-Ströme \vec{J}_H und \vec{J}_P , sowie des elektrischen Feldes \vec{E} innerhalb des Kanals. Kreise mit Plus- und Minus-Zeichen stehen für positive und negative Raumladungen, mit Kreuzen und Punkten für abwärts und aufwärts fließende FACs.

5 mV/m in Südrichtung), und die Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten innerhalb des Kanals betragen 10 S bzw. 5 S. Zur Einfachheit setzen wir beide Leitfähigkeiten außerhalb des Kanals zu Null. Am Nord- und Südrand des Kanals führen FACs die Kanalströme in die Ionosphäre hinein bzw. heraus. Eine solche Konfiguration kann innerhalb eines Omega-Bandes auftauchen (Amm, 1996b), und eine ähnliche wurde von Baumjohann *et al.* (1981) einem Polarlichtausbruch zugeschrieben.

Die rotations- und divergenzfreien Anteile der Hall- und Pedersen-Ströme, d.h. die jeweiligen Ergebnisse der beiden Integrale in (12) nach Anwendung dieser Gleichung auf die beiden Stromtypen, werden in Abb. 13 bis Abb. 16 gezeigt. Der Kanal erstreckt sich in den Abbildungen über das Gebiet zwischen 66° und 70° Breite sowie 20° und 22° Länge. Wie deutlich erkennbar ist, zeigen der rotationsfreie Anteil der Hall- und Pedersen-Ströme (Abb. 13 und Abb. 14) in entgegengesetzte Richtung senkrecht zu der Kanalrichtung, wobei sie sich in ihrer Ost-West-Komponente gerade kompensieren. Sie geben somit die primären Hall- bzw. sekundären Pedersen-Ströme wieder. Die leichte Südadlenkung beider Ströme wird durch Endeffekte aufgrund der endlichen Nord-Süd-

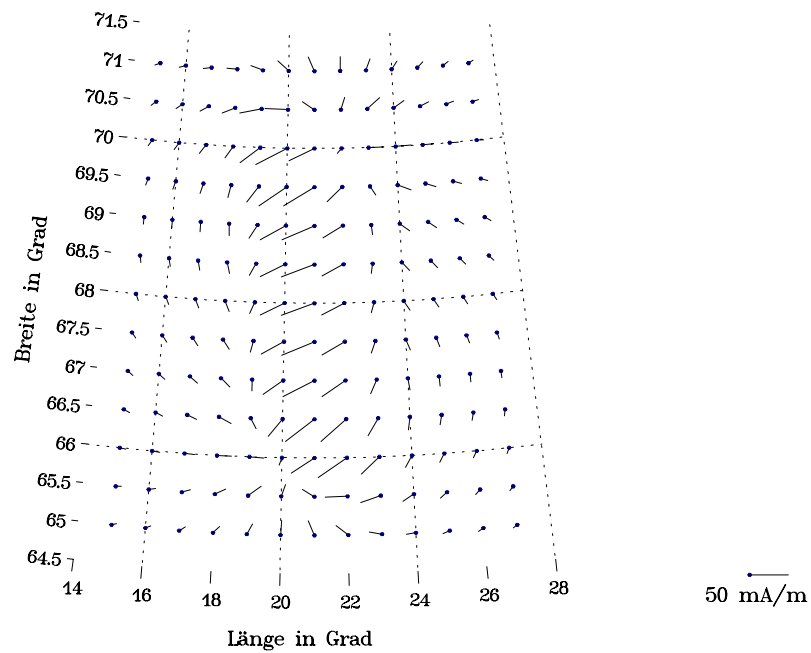


Abb. 13 Rotationsfreier Anteil der Hall-Ströme, entsprechend den primären Hall-Strömen.

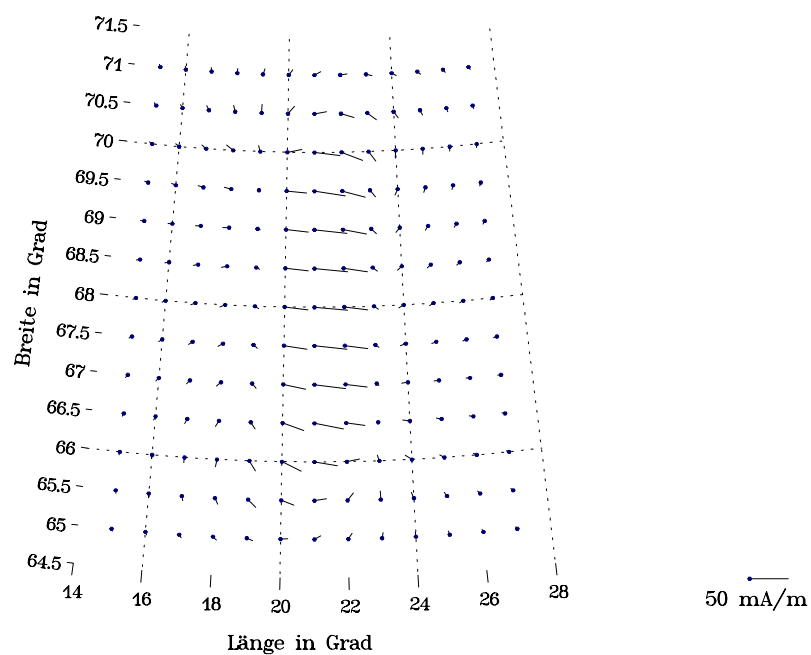


Abb. 14 Rotationsfreier Anteil der Pedersen-Ströme, entsprechend den sekundären Pedersen-Strömen.

Ausdehnung des Kanals verursacht. Entsprechend geben die divergenzfreien Anteile der Hall- und Pedersen-Ströme (Abb. 15 und Abb. 16) die sekundären Hall- bzw. primären

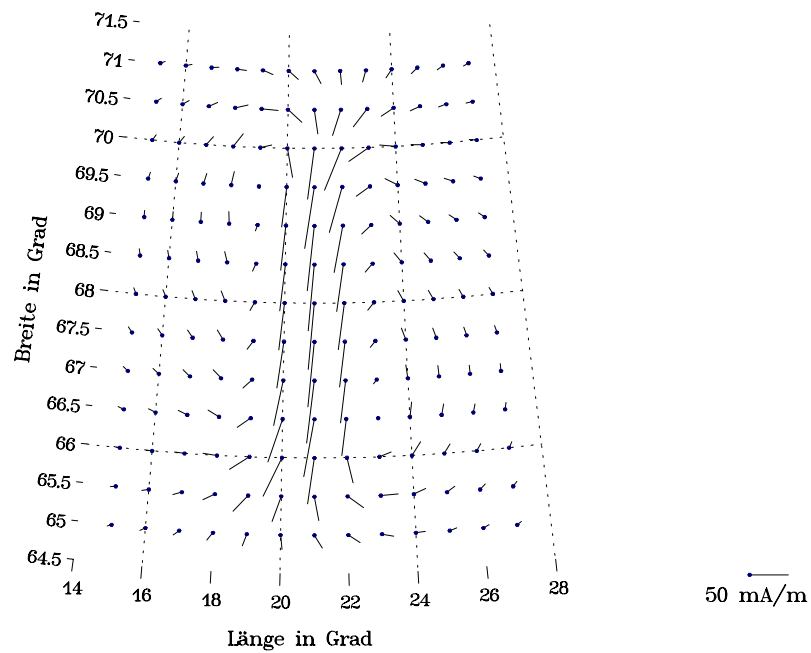


Abb. 15 Divergenzfreier Anteil der Hall-Ströme, entsprechend den sekundären Hall-Strömen.

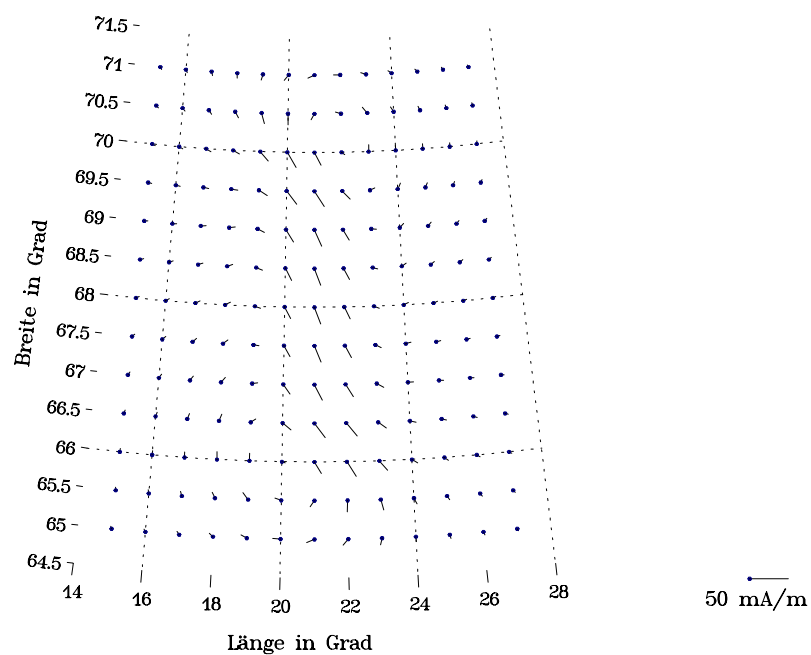


Abb. 16 Divergenzfreier Anteil der Pedersen-Ströme, entsprechend den primären Pedersen-Strömen.

Pedersen-Ströme wieder, indem sie jeweils südwärts weisen (wieder mit leichten Abweichungen aufgrund von Endeffekten) und sich zum „Cowling-Strom“ in Kanalrichtung

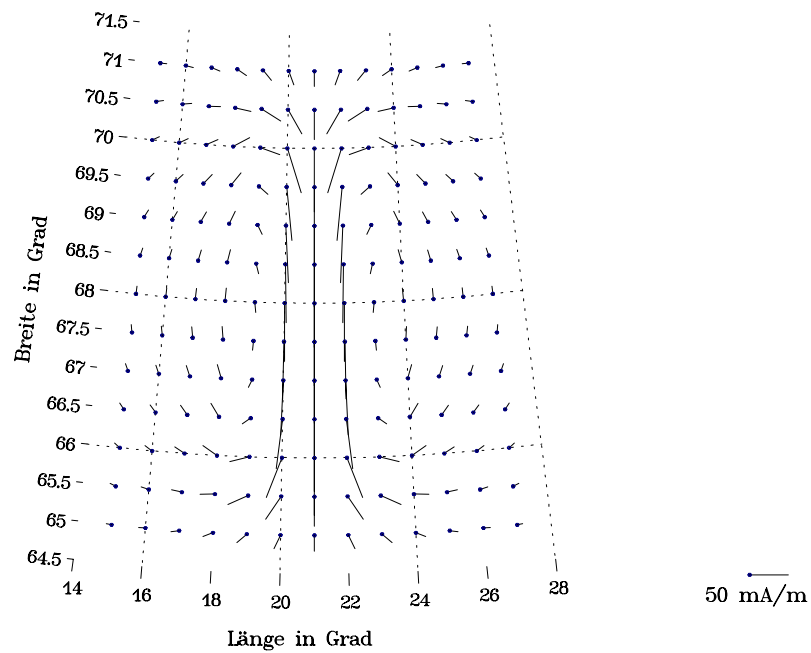


Abb. 17 Äquivalente Ströme unmittelbar unterhalb der Ionosphäre, entsprechend der Summe aus Abb. 15 und Abb. 16.

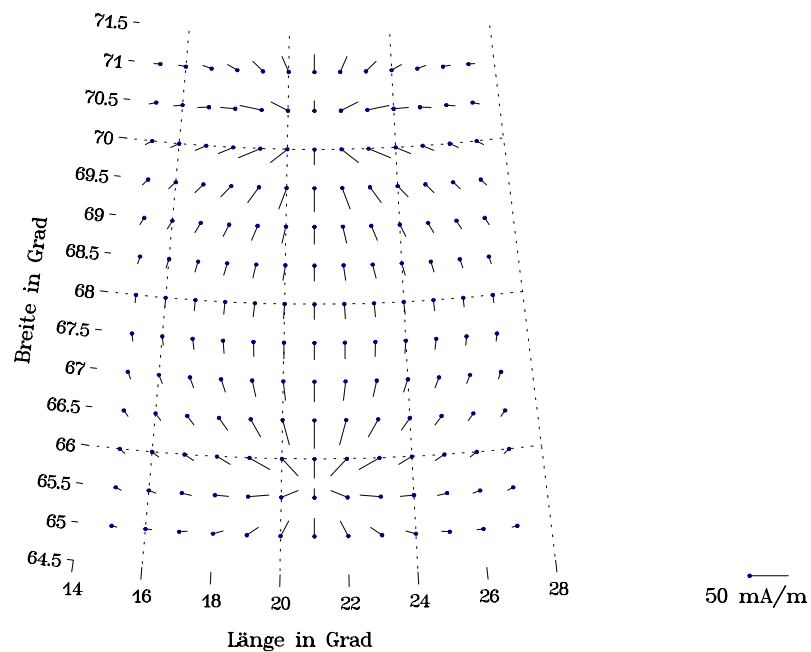


Abb. 18 Gesamte rotationsfreie Ströme, entsprechend der Summe aus Abb. 13 und Abb. 14.

aufaddieren. Letztere zwei Stromsysteme ergeben zusammen entsprechend Gl. (13) die äquivalenten Ströme unmittelbar unterhalb der Ionosphäre (Abb. 17). Der Hauptanteil

der äquivalenten Ströme unseres Modelles wird also vom divergenzfreien Anteil der Hall-Ströme erzeugt, welcher auch für das typische „äquivalente Rückstromsystem“ außerhalb des Kanals verantwortlich ist. Schließlich zeigt Abb. 18 die gesamten rotationsfreien Ströme. Man beachte, daß außerhalb des Kanals die Vektoren in Abb. 17 und Abb. 18 bei gleicher Amplitude gerade entgegengesetzt gerichtet sind, und sie sich somit bei der Addition dieser beiden Vektorfelder zum Gesamtstrom \vec{J} annullieren.

Wie leicht in Abb. 13 bis Abb. 16 nachgeprüft werden kann, geben die beschriebenen divergenz- und rotationsfreien Stromsysteme nicht nur die Richtungen, sondern auch die Stromstärken der jeweiligen primären und sekundären Kanalströme korrekt wieder. Somit ist eine Analyse des Modellstromsystems des Cowling-Kanales anhand der rotations- und divergenzfreien Anteile der Hall- und Pedersen-Ströme in der Lage, die physikalisch relevanten Teilstromsysteme in dem Kanal vollständig aufzulösen.

2.4.5 Eine Bemerkung zur Abschätzung feldparalleler Ströme aus äquivalenten Strömen „mit bloßem Auge“

Allein aus der Magnetfeldstörung am Boden oder den äquivalenten Strömen ist es wegen Gl. (13) grundsätzlich nicht möglich, Aussagen über das Vorliegen von FACs zu machen: Die Divergenz der äquivalenten Ströme ist immer verschwindend. Dennoch wird in vielen Arbeiten versucht, unter der Annahme uniformer Leitfähigkeiten aus Wirbeln der äquivalenten Strömen auf FACs zu schließen (z.B. Friis-Christensen, 1989; Pellinen *et al.*, 1995). Diese Vorgehensweise soll hier kurz kritisch beleuchtet werden:

Unter der Annahme $[\nabla \times \vec{E}]_r \equiv 0$ folgt aus der Divergenzbildung des Ohm'schen Gesetzes (Gl. (1))

$$j_{\parallel} = -(\Sigma_P \nabla_b \cdot \vec{E} + \nabla_b \Sigma_P \cdot \vec{E} + \nabla_b \Sigma_H \cdot (\vec{E} \times \underline{e}_r)) \quad (14)$$

Durch die Annahmen $(\nabla_b \Sigma_P)_{\parallel \vec{E}} \equiv 0$ und $(\nabla_b \Sigma_H)_{\perp \vec{E}} \equiv 0$ können die beiden letzten Terme auf der rechten Seite von (14) zum Verschwinden gebracht werden. Um nun die äquivalenten Ströme einzubauen, wird weiterhin $\vec{J}_{eq, Ion} \equiv \vec{J}_H$ angenommen, was mit (13) gleichbedeutend zu $\vec{J}_{df} \equiv \vec{J}_H$ ist. Um diese Bedingung zu erfüllen, muß einerseits $\nabla_b \cdot \vec{J}_H \equiv 0$ gelten, was durch Einsetzen ins Ohm'sche Gesetz auf die Bedingung $(\nabla_b \Sigma_H)_{\perp \vec{E}} \equiv 0$, die schon oben gefordert wurde, führt, zum anderen muß $[\nabla \times \vec{J}_P]_r \equiv 0$ erfüllt sein, was zu der Forderung $(\nabla_b \Sigma_P)_{\perp \vec{E}} \equiv 0$ führt. Unter der weiteren Annahme $(\nabla_b \Sigma_H)_{\parallel \vec{E}} \equiv 0$ folgt $\nabla_b \cdot \vec{E} = -\Sigma_H^{-1} [\nabla \times \vec{J}_H]_r$. Es müssen also die vollständigen Gradienten beider ionosphärischer Leitfähigkeiten als identisch verschwindend angenommen werden,

um schließlich zu der Relation

$$j_{\parallel} = \frac{\Sigma_P}{\Sigma_H} \left[\nabla \times \vec{J}_{eq,ion} \right]_r \quad (15)$$

zu gelangen, mit der aus den ionosphärischen äquivalenten Strömen sowohl die Position als auch das Vorzeichen, nicht aber die Stärke der FACs bestimmt werden können.

Die Problematik dieser Abschätzung liegt in zwei Punkten: 1.) Häufig wird Gl. (15) nicht quantitativ, sondern „mit bloßem Auge“ anhand der irregulär verteilten Magnetometerstationen ausgewertet, d.h. nach Wirbeln in dem durch sie gemessenen Muster der äquivalenten Ströme gesucht. Dabei können leicht Fehler in der Abschätzung der Rotation gemacht werden, z.B. indem Laplace-Felder für Rotationen gehalten werden. So ist z.B. im Bereich der Wirbel der äquivalenten Ströme am Ost- und Westrand außerhalb des Kanals in Abb. 17 $\left[\nabla \times \vec{J}_{eq,ion} \right]_r = 0$. 2.) Meist ist nicht eindeutig bestimmbar, wie gut die für Gl. (15) nötige Bedingung uniformer Leitfähigkeiten tatsächlich erfüllt ist. Am ehesten scheint diese Gleichung noch bei magnetisch ruhigen Intervallen auf der Tagseite der Erde angewandt werden zu können, da dann die ionosphärischen Leitfähigkeiten allein durch die UV-Strahlung der Sonne bestimmt werden. Ist jene Bedingung jedoch nicht erfüllt, so kann die Abschätzung für j_{\parallel} sehr falsch werden, da der zweite wie der dritte Term in Gl. (14) rechts vom Betrag her größer als der erste und zudem verschiedene Vorzeichen haben können. Zur Illustration kommen wir noch einmal auf Abb. 17 zurück: In unserem Modell für den Cowling-Kanal gibt es extreme Leitfähigkeitsgradienten, da an den Rändern des Kanals sowohl für Σ_H als auch für Σ_P eine Sprungfunktion modelliert wurde (in der numerischen Realisation des Modelles sind die Gradienten allerdings aufgrund des endlichen Gitterpunktabstandes endlich groß). Eine Abschätzung der FACs „mit bloßem Auge“ nach Gl. (15) anhand der äquivalenten Ströme aus Abb. 17 würde zu dem Schluß gelangen, am östlichen und westlichen Rand des Kanals seien FACs entgegengesetzten Vorzeichens zu finden. Tatsächlich sind aber gerade dort keine FACs vorhanden, welche stattdessen am nördlichen und südlichen Rand des Kanals auftreten.

2.5 Kerngleichungen der Charakteristikenmethode

In Abschnitt 2.3 haben wir eine Relation der Form

$$\vec{J}_{eq, Ion} = \mathcal{F}(\vec{B}_G) \quad (16)$$

in sphärischen Koordinaten gefunden und dann in Abschnitt 2.4 nachgewiesen, daß wie in ebener auch in sphärischer Geometrie gilt:

$$\vec{J}_{eq, Ion} \equiv \vec{J}_{df} \quad (17)$$

Dabei wurde die allgemeine Aufspaltung $\vec{J} = \vec{J}_{cf} + \vec{J}_{df}$ verwendet. Neben diesen Beziehungen sind die weiteren Ausgangsgleichungen für die Charakteristikenmethode das Ohm'sche Gesetz in der (polaren) Ionosphäre

$$\begin{pmatrix} J_\eta \\ J_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_P & -\Sigma_H \\ \Sigma_H & \Sigma_P \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_\eta \\ E_\varphi \end{pmatrix} \quad (1)$$

sowie die Beziehung zwischen den horizontalen Ionosphärenströmen und den feldparallelen Strömen (für radial fließende FACs)

$$j_{\parallel} = \nabla_h \cdot \vec{J} \quad (18)$$

Wie eine Betrachtung der Gleichungen (1) und (18) zeigt, sind diese Beziehungen - im Gegensatz zu den nichtlokalen Gleichungen (16) und (17) - lokale Relationen, hängen also nicht von den Eigenschaften der Ionosphäre außerhalb des Punktes, an dem die Gleichungen gerade ausgewertet werden, ab. Somit hängen sie auch nicht von der speziellen Geometrie der Ionosphäre ab. Die weitere Behandlung der Methode in sphärischer Geometrie ist daher völlig analog zu der von Inhester *et al.* (1992) und Amm (1995) in ebener Geometrie beschriebenen. Wir können darüber hinaus festhalten, daß die Methode in jeder beliebigen Geometrie anwendbar ist, für die eine Relation wie (16) gefunden und Gl. (17) verifiziert werden kann.

In der folgenden kurzen Diskussion der Ableitung der Charakteristikenmethode und ihrer Endgleichungen werden wir daher ein allgemeines krummliniges, orthogonales Koordinatensystem q_1, q_2, q_3 verwenden, dessen 1- und 2-Komponenten (Horizontal-komponenten) lokal tangential zur Ionosphäre, und dessen 3-Komponente senkrecht auf ihr zur Erde hin gerichtet sind. Die metrischen Faktoren (z.B. Arfken, 1985) für das Koordinatensystem seien h_1, h_2, h_3 . Es werden dann folgende Abkürzungen definiert:

$$\alpha := \frac{\Sigma_H}{\Sigma_P} \quad (19)$$

$$\vec{V} := \vec{E} - \alpha^{-1} \underline{e}_{q_3} \times \vec{E} \quad (20)$$

$$C := \nabla_b \cdot \vec{V} \quad (21)$$

und

$$D := \left[\nabla \times \vec{J}_{eq, Ion} \right]_3 \quad (22)$$

Gleichsetzen der 3-Komponente der Rotation von (1) mit (22) unter Verwendung von (17), mit den Annahmen $E_3 \equiv 0$ und $\partial E_3 / \partial q_3 \equiv 0$, aber unter Berücksichtigung von $[\nabla \times \vec{E}]_3 \neq 0$, liefert

$$D = \Sigma_P (\nabla \times \vec{E})_3 + (\nabla \Sigma_P \times \vec{E})_3 + \Sigma_H \nabla \cdot \vec{E} + \nabla \Sigma_H \cdot \vec{E} \quad (23)$$

Eine weitere Auswertung dieser Gleichung unter Einsetzen von (19) und Umsortieren der Terme nach Σ_H ergibt

$$\begin{aligned} D = & \frac{1}{h_1} \frac{\partial \Sigma_H}{\partial q_1} \{E_1 + \alpha^{-1} E_2\} \\ & + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \Sigma_H}{\partial q_2} \{E_2 - \alpha^{-1} E_1\} \\ & + \Sigma_H \left\{ \nabla \cdot \vec{E} + \alpha^{-1} (\nabla \times \vec{E})_3 + \alpha^{-2} \nabla \alpha \cdot (\underline{e}_{q_3} \times \vec{E}) \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

Unter Benutzung der Definition (20), aus der mit Gl. (21)

$$\nabla_b \cdot \vec{V} = \nabla \cdot \vec{E} + \alpha^{-1} (\nabla \times \vec{E})_3 + \alpha^{-2} \nabla \alpha \cdot (\underline{e}_{q_3} \times \vec{E}) \quad (25)$$

folgt, ergibt sich ganz analog zum ebenen Fall

$$(\vec{V} \cdot \nabla_b) \Sigma_H + C \Sigma_H = D \quad (26)$$

Man beachte, daß für die Ableitung dieser Gleichung der in den Gln. (23) und (24) auftretende Term mit $[\nabla \times \vec{E}]_3$ nicht vernachlässigt werden muß, da er sich mit einem entsprechenden Term, der bei der Auswertung von $\nabla_b \cdot \vec{V}$ in Gl. (25) erscheint, aufhebt. Dieser Umstand wird separat im folgenden Abschnitt diskutiert. Die partielle Differentialgleichung erster Ordnung in zwei Dimensionen (26) kann entlang ihrer Charakteristiken $\vec{r}(\ell)$ in eine Schar gewöhnlicher Differentialgleichung erster Ordnung in einer Dimension der

Form

$$\frac{d\Sigma_H(\vec{r}(\ell))}{d\ell} + \frac{C(\vec{r}(\ell))}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell))|} \cdot \Sigma_H(\vec{r}(\ell)) = \frac{D(\vec{r}(\ell))}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell))|} \quad (27)$$

aufgespalten werden, wobei ℓ die geometrische Weglänge entlang der Charakteristiken ist, welche durch die gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung in einer Dimension

$$\frac{d}{d\ell} \vec{r}(\ell) = \frac{1}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell))|} \begin{pmatrix} V_1(\vec{r}(\ell))/h_1 \\ V_2(\vec{r}(\ell))/h_2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

definiert sind und folglich überall tangential zu \vec{V} verlaufen. Gl. (27) kann direkt durch Integration mit der Methode des integrierenden Faktors zu

$$\Sigma_H(\vec{r}(\ell)) = \Sigma_H(\vec{r}_0) e^{-I(0,\ell)} + \int_0^\ell \frac{D(\vec{r}(\ell'))}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell'))|} e^{-I(\ell',\ell)} d\ell' \quad (29)$$

mit

$$I(\ell',\ell) = \int_{\ell'}^\ell \frac{C(\vec{r}(\ell''))}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell''))|} d\ell'' \quad (30)$$

gelöst werden, wobei \vec{r}_0 ein beliebig entlang der aktuellen Charakteristik zu wählender Anfangspunkt für die Integration von (29) ist. Üblicherweise, aber nicht notwendigerweise, wird dieser Punkt als ein Randpunkt des interessierenden Gebietes gewählt. Die Lösung (29) für Σ_H entlang der Charakteristiken besteht aus zwei Anteilen: Der erste Term auf der rechten Seite hängt von dem i.a. unbekannten Anfangswert $\Sigma_H(\vec{r}_0)$ ab, der zweite Term ist durch die Eingabegrößen der Methode (einschl. der Abschätzung für die Verteilung von α) vollständig bestimmt. Der Einfluß des Anfangswertes nimmt jedoch exponentiell mit zunehmendem, positiven $I(0,\ell)$ ab und ist deshalb meist entlang des größten Teils der Charakteristik marginal. Ist $I(0,\ell)$ entlang einer Charakteristik hauptsächlich negativ, wird die Richtung der Integration in (29) von $+\vec{V}$ nach $-\vec{V}$ gewechselt, womit das Vorzeichen von I ebenfalls wechselt.

Da die Charakteristiken den Rand des Untersuchungsgebietes zweimal schneiden (mit Ausnahme solcher, die einen „singulären Punkt“ erreichen, s.u.), und die Richtung der Integration von (29) wie beschrieben so gewählt wird, daß die Charakteristiken sich in Integrationsrichtung auffächern, werden Randwerte für Σ_H auf höchstens 50 % des gesamten Randes, häufig auf einem noch geringeren Anteil benötigt (vgl. Kapitel 4 und 5). Dieser Teil des Randes wird „beeinflussender Rand“, der verbleibende „nicht-beein-

flussender Rand” genannt.

Für diejenigen Gebiete, in denen die Lösung für Σ_H nichteindeutig ist, weil der Einfluß des ersten Terms in (29) mit dem unbekannten $\Sigma_H(\vec{r}_0)$ fortbesteht, kann eine Fehlerabschätzung für die Lösung erzielt werden, indem (29) zweimal entlang derselben Charakteristik integriert und dabei einmal ein minimaler, einmal ein maximaler physikalisch sinnvoller Wert für $\Sigma_H(\vec{r}_0)$, $\Sigma_{H,phys,min}$ und $\Sigma_{H,phys,max}$, angenommen werden.

Zwei Situationen können auftreten, in denen Σ_H an einzelnen Punkten a priori bekannt ist: 1.) Es liegen direkte punktweise Leitfähigkeitsmessungen, z.B. mit einem inkohärenten Radar, vor. 2.) Es liegt ein „singulärer Punkt“ im Untersuchungsgebiet vor, der von Amm (1995) als isolierter Punkt mit $\vec{E} = 0$ und $\nabla_b \cdot \vec{E} \neq 0$ definiert wurde. Dort gilt $\Sigma_H = D/C$, so daß Σ_H direkt aus den Eingabegrößen berechnet werden kann. In singuläre Punkte laufen Charakteristiken aus allen Richtungen hinein bzw. aus ihnen heraus (je nach Vorzeichen von $\nabla_b \cdot \vec{E}$). Sie sind die einzigen Punkte, in denen Charakteristiken sich treffen (nicht schneiden).

In beiden genannten Situationen wird der Punkt, in dem Σ_H bekannt ist, als Anfangspunkt \vec{r}_0 für die Integration entlang der Charakteristik(en), die ihn berühren, gewählt, so daß die Lösung für Σ_H entlang dieser Charakteristiken eindeutig ist.

2.6 Explizit zeitabhängige Situationen

Wir weisen in diesem Abschnitt nochmals gesondert darauf hin, daß für die Ableitung der Charakteristikenmethode nicht $[\nabla \times \vec{E}]_3 = 0$ angenommen werden mußte. Somit kann die Methode auch auf Situationen angewandt werden, in denen starke zeitliche Änderungen von \vec{B} zu nicht vernachlässigbaren Werten von $[\nabla \times \vec{E}]_3$ führen, wie es im Falle auf die Ionosphäre einfallender Plasmawellen großer Amplitude vorkommen kann (z.B. Glaßmeier, 1988). Diese Fähigkeit hebt die Charakteristikenmethode z.B. von den AMIE-, KRM- oder IZMEM-Methoden (vgl. Abschnitt 1.2) ab, bei denen jeweils ein elektrostatisches Potential in der Ionosphäre vorausgesetzt wird.

Allerdings hatten wir bei der Diskussion der Feldtrennung und -fortsetzung in Abschnitt 2.3 angenommen, daß zwischen der Ionosphäre und der Erdoberfläche ein magnetisches Potential existiert, also dort $\nabla \times \vec{B} = 0$ gilt. Diese Annahme vernachlässigt die Verschiebungsströme durch ein nicht verschwindendes $\partial \vec{E} / \partial t$ in nicht-stationären Situationen. Im Sinne vollständiger theoretischer Reinheit könnte die Feldfortsetzung in solchen Fällen als inverses Wellenausbreitungsproblem behandelt und mit Methoden

analog zur seismischen Migration gelöst werden. Aus den folgenden Gründen scheint uns ein solcher Aufwand jedoch unnötig und inadäquat zu sein: 1.) Die Wellen breiten sich zwischen der Ionosphäre und der Erde als elektromagnetische Wellen mit der Phasen- und Gruppengeschwindigkeit c aus. Somit benötigen sie nur $0,3 \text{ ms}$, um die Erde zu erreichen. Das typische Sampling-Intervall eines Magnetometers beträgt 10 s , das eines Radars ist üblicherweise noch länger. Damit können nach Nyquist's Theorem nur Wellen mit einer minimalen Periodendauer von 20 s aufgelöst werden. Diese Wellen können auf ihrem Weg von der Ionosphäre zur Erde folglich höchstens $1,5 \cdot 10^{-5}$ Wellenzyklen vollenden. 2.) Hinsichtlich der räumlichen Skalenlänge beträgt die minimal auflösbare Wellenlänge etwa 200 km , da die in dieser Studie verwendeten (wie allgemein die existierenden) Magnetometerstationen einen typischen Abstand von mindestens 100 km aufweisen. Auf der Distanz von 100 km zwischen Ionosphäre und Boden kann sich also nur maximal eine halbe Wellenlänge der interessierenden Wellen ausbreiten. 1.) und 2.) zusammen ergeben, daß die Wellenfronten im relevanten Parameterbereich im wesentlichen eben sind. 3.) Bei Annahme typischer Werte von $\vec{E} = 50 \text{ mV/m}$, $\vec{B} = 100 \text{ nT}$, $\partial \vec{E} / \partial t = 10 \text{ mVm}^{-1} / 10 \text{ s}$ sowie der Größe $\partial \vec{B} / \partial t = 10 \text{ nT} / 10 \text{ s}$ ergibt sich $\nabla \times \vec{B} / \vec{B} \approx 10^{-5} \nabla \times \vec{E} / \vec{E}$. Somit kann die Vernachlässigung von $\nabla \times \vec{B}$ als gerechtfertigt angesehen werden.

Hinsichtlich Fragestellung 1 der Einleitung kann als sehr kurzes Fazit dieses Kapitels also festgestellt werden, daß die Charakteristikenmethode einschließlich der Verfahren für die Berechnung der äquivalenten Ionosphärenströme aus den Bodenmessungen der magnetischen Störungen sich in sphärischer Geometrie formulieren lassen. Während die Kerngleichungen der Methode sich vom Fall kartesischer Geometrie nur durch metrische Faktoren unterscheiden, sind für die von der globalen Geometrie abhängigen Zusatzverfahren grundsätzlich andere Formulierungen als im ebenen Fall notwendig.

3 Einige Methoden zur Interpolation von Meßdaten auf ein reguläres Gitter

Da Meßpunkte i.a. irregulär über ein Meßgebiet verteilt sind, numerische Auswerteverfahren aber Datenpunkte auf einem regulären Gitter benötigen, kommt den Techniken der Interpolation (und nötigenfalls Extrapolation) auf ein solches Gitter bei der Auswertung von Meßverteilungen eine wichtige Rolle zu. In diesem Kapitel sollen daher eine Auswahl bekannter sowie ein neu entwickeltes Verfahren zu diesem Zweck vorgestellt werden. Der Schwerpunkt wird auf der Darstellung der Verfahren und Beschreibung ihrer Vor- und Nachteile liegen, wohingegen ihre Ableitungen i.a. nicht erläutert werden.

Es ist wichtig festzustellen, daß im Gegensatz zu den im vorigen Kapitel behandelten Problemen die Aufgaben der Inter- und Extrapolation nicht im eigentlichen Sinne „lösbar“ sind. Wie Watson (1992) richtig anmerkt, ist im Falle relativ zum gewünschten Ausgabegitter sehr dichter Meßdaten praktisch jede Interpolationsmethode in der Lage, vernünftige Ausgabeverteilungen zu erzeugen, im Falle relativ sehr dünner Datensätze dagegen keine. Die Kunst der Interpolation besteht also darin, im verbleibenden Zwischenbereich ein den Datensätzen und dem Zweck der Analyse möglichst gut angepaßtes Interpolationsverfahren zu finden.

3.1 Überblick

Gegeben sei ein Satz von Meßdaten z_k an den Meßpunkten $\vec{r}_k = (x_k, y_k)$ mit $k = 1, \dots, n_{obs}$, wobei n_{obs} die Anzahl der Meßpunkte bezeichnet. Diese Meßpunkte werden als lokale Repräsentationen einer kontinuierlichen Verteilung $F(\vec{r})$ angenommen. Da alle Interpolationsprobleme in dieser Arbeit im zweidimensionalen Raum vorliegen, konzentrieren wir uns bei der Darstellung der Methoden auf diesen. Alle vorgestellten Methoden lassen sich ohne grundsätzliche Modifikationen auf beliebig höherdimensionale Räume (oder auch auf Unterräume dieser Räume) erweitern. Die Verwendung der Symbole x , y und z bedeutet nicht, daß notwendigerweise kartesische Koordinaten benutzt werden müssen. Wir lassen vielmehr die Metrik des Koordinatensystems vorläufig außer acht und setzen nur voraus, daß eine Norm $\|\vec{r}_l - \vec{r}_m\|$ für beliebiges l und m existieren möge.

Zur Abgrenzung der Begriffe Interpolation und Extrapolation führen wir den Term der konvexen Hülle (z.B. Sambridge *et al.*, 1995) ein: Im n -dimensionalen Raum ist sie definiert als die (entsprechend dem $n-1$ - dimensionalen Volumen) kleinste $n-1$ - dimen-

sionale Hyperfläche, welche alle Datenpunkte konvex umschließt (für den zweidimensionalen Fall also die kürzeste Linie, die alle Daten einschließt). Liegt der Ort \vec{r}_{Int} , an dem der Funktionswert $F(\vec{r}_{Int})$ abgeschätzt werden soll, innerhalb der konvexen Hülle, so wird von einer Interpolation gesprochen, anderenfalls von einer Extrapolation. Offensichtlich sind extrapolierte Werte damit schlechter durch die Meßdaten definiert als interpolierte.

Es existieren zwei grundlegende Kategorien von Interpolationsmethoden:

1) Interpolation durch Funktionsanpassung

Bei diesen Methoden werden einzelne oder Summen aus vorgegebenen Basisfunktionen verwendet, um durch bestmögliches Anpassen der freien Parameter (Koeffizienten) dieser Funktionen an die Daten die gesuchte Verteilung F zu approximieren. Ein Vorteil solcher Methoden ist, daß durch die Wahl der Basisfunktionen das generelle Verhalten von F vorgebbar ist (sind z.B. die Basisfunktionen stetig differenzierbar, so ist es auch F). Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß sie - abhängig vom Verhältnis der freien Parameter zu der Anzahl der Meßwerte - i.a. eine Glättung der Meßwerte hervorrufen, so daß einzelne fehlerhafte Daten weniger ins Gewicht fallen. Umgekehrt kann als Nachteil angesehen werden, daß diese Methoden an den Meßpunkten \vec{r}_k i.a. nicht $F(\vec{r}_k) = z_k$ erfüllen und in den Meßwerten vorhandene lokale Details durch die Anpassung unterdrückt werden können. Zudem können die Basisfunktionen in Gebieten, die nicht gut durch Meßwerte belegt sind, oder in denen die Meßgrößen Eigenschaften aufweisen, die durch die gewählten Funktionen nicht gut reproduziert werden können, ein unvorhersehbares Verhalten zeigen.

2) Interpolation durch Bildung gewichteter Mittel

Diese Interpolationsmethoden ermitteln $F(\vec{r}_{Int})$ aus einem gewichteten Mittel der vorhandenen Meßdaten, also

$$F(\vec{r}_{Int}) = \sum_i w_i z_i \quad (31)$$

Die Gewichtungsfaktoren w_i sowie ggf. die Untermenge der Meßpunkte, die für ein bestimmtes \vec{r}_{Int} für die Mittelwertbildung verwendet wird, werden dabei aus der Geometrie der Meßpunktverteilung gewonnen. Diese Verfahren erfüllen $F(\vec{r}_k) = z_k$ per definitionem und geben lokale Details der Meßwerte gut wieder. Andererseits sind ihre Ausgabeverteilungen F i.a. nicht überall differenzierbar und sehr empfindlich gegenüber Meßungenauigkeiten. Zudem ist ihr Werte-

bereich im Gegensatz zu den Methoden der Kategorie 1 auf das Intervall $[\text{Min}(\{z_k\}), \text{Max}(\{z_k\})]$ beschränkt.

3.2 Inverse distance - Methode

Diese Methode ist das einfachste der unter Kategorie 2 fallenden Interpolationsverfahren. Die Gewichtungsfaktoren sind durch

$$w_i = \frac{\|\vec{r}_{int} - \vec{r}_i\|^{-p}}{\sum_i \|\vec{r}_{int} - \vec{r}_i\|^{-p}} \quad (32)$$

gegeben, wobei der Parameter p bestimmt, wie schnell der Einfluß der einzelnen Meßwerte radial abnimmt. Für $p \gg 1$ ist am jeweiligen Interpolationsort fast nur der nächste Meßwert bestimmend, während für $0 < p \ll 1$ der Wert von F außerhalb der Meßpunkte schnell gegen den globalen Mittelwert abfällt. Ein üblicher Wert ist $p = 3/2$. Unabhängig von der Wahl dieses Parameters fällt es der Methode aufgrund obiger Eigenschaften z.B. schwer, glatte, aber geneigte Konturen zu reproduzieren.

Wird $i=1, \dots, n_{obs}$ (unabhängig von \vec{r}_{int}) gewählt, so hat die Methode den weiteren Nachteil, daß im Falle inhomogen verteilter Meßpunkte Meßpunkthäufungen den Einfluß von Regionen mit geringerer Meßpunktdichte überdecken können, und somit der lokale Gradient im Gebiet um die Meßpunkthäufung schlecht abgeschätzt wird. Die inverse distance-Methode wird daher oft durch zusätzliche Verfahren verfeinert, die die Menge der verwendeten Meßpunkte abhängig vom aktuellen Interpolationspunkt begrenzen. So kann z.B. das Gebiet um \vec{r}_{int} in (im 2D-Fall) vier durch die lokalen Koordinatenrichtungen gegebene Quadranten unterteilt und aus jedem Quadranten nur eine vorgegebene Zahl der nächsten Meßpunkte in (31) und (32) verwendet werden. Dies hat allerdings den Nachteil, daß neben der immer vorhandenen Eigenschaft der Nichtdifferenzierbarkeit von F an den Meßpunkten weitere nicht differenzierbare Punkte und sogar Unstetigkeiten hinzukommen können.

Trotz der erwähnten Probleme ist die inverse distance - Methode bei relativ dichter, homogener Meßdatenverteilung eine brauchbare Interpolationsmethode, die sich besonders durch ihre Einfachheit und Schnelligkeit in der numerischen Durchführung empfiehlt.

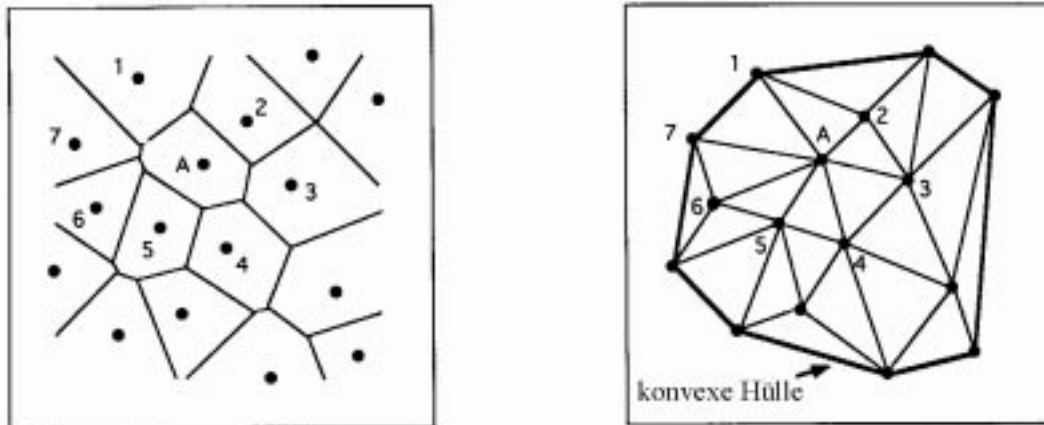


Abb. 19 Voronoi-Tessellation (links) und entsprechende Delaunay-Triangulation eines Satzes von Meßpunkten (aus Sambridge *et al.*, 1995, modifiziert)

3.3 Tessellationsmethoden

Während bei der inverse distance - Methode die Funktion $w_i(\vec{r} - \vec{r}_i)$ für einen festen Meßpunkt i unabhängig von der Lage aller anderen Meßpunkte und zudem für jedes beliebige, aber feste i identisch ist, werden in diesem Abschnitt zur Kategorie 2 gehörende Interpolationsmethoden beschrieben, für die diese Funktion für jeden Meßpunkt i verschieden durch die Konfiguration aller Meßwerte definiert ist. Ebenso wird der Satz der in Gl. (31) verwendeten Datenpunkte in einer den Methoden inhärenten Weise durch diese Konfiguration festgelegt.

Unter den vielen verschiedenen Möglichkeiten der Tessellation einer Fläche, d.h. ihrer vollständigen Zerlegung in Polygone, betrachten wir hier die Voronoi-Tessellation (Voronoi, 1908) und die verwandte Delaunay-Triangulation (Delaunay, 1934). Die *Voronoi-Tessellation* eines gegebenen Satzes von Meßpunkten \vec{r}_k , $k=1, \dots, n_{obs}$ ist wie folgt definiert: Das Voronoi-Polygon zu einem Meßpunkt \vec{r}_i ist diejenige Fläche V_i , in der für alle $\vec{r} \in V_i$ gilt: $\|\vec{r} - \vec{r}_i\| < \|\vec{r} - \vec{r}_k\| \quad \forall k \neq i$. Ein Beispiel für eine solche Voronoi-Tessellation ist in Abb. 19 links gegeben. Meßpunkte, deren Voronoi-Polygone aneinandergrenzen, nennt man *natürliche Nachbarn*. Die Bedeutung dieser speziellen Tessellation liegt darin, daß sie viele in der Natur vorkommende Muster und Beziehungen widerspiegelt; so sind z.B. die aus der Festkörperphysik bekannten „Wigner-Seitz-Zellen“ (Wigner und Seitz, 1933) Voronoi-Tessellationen im dreidimensionalen Raum. Avis und Bhattacharya (1983) bezeichnen diese Unterteilung als „die grundlegendste und wichtigste geometrische Konstruktion, die durch einen Satz irregulär verteilter Punkte konstruiert werden kann.“

Die *Delaunay-Triangulation* kann aus der Voronoi-Tessellation sehr einfach dadurch konstruiert werden, daß alle Meßpunkte, die natürliche Nachbarn sind, miteinander

verbunden werden (s. Abb. 19 rechts, in der auch die konvexe Hülle für den gegebenen Meßpunktsatz markiert ist). Sie hat einige interessante Eigenschaften: Diese Triangulation ist von allen möglichen Triangulationen diejenige, deren Standardabweichung der Dreiecksinnenwinkel am geringsten ist (d.h., ‚spitze‘ Dreiecke werden soweit wie möglich vermieden). Innerhalb eines Kreis, der durch die drei Eckpunkte eines Dreieckes einer Delaunay-Triangulation verläuft, liegt kein Meßpunkt. Da die Größe der Delaunay-Dreiecke wie auch die der Voronoi-Polygone stark durch die lokale Dichte der Meßpunkte bestimmt ist, kann deren Inverses als ein relatives Maß für die Zuverlässigkeit einer Interpolation verwendet werden.

3.3.1 Lineare Triangulations-Interpolation

Die einfachste Interpolationsmethode, die eine Delaunay-Triangulation benutzt, ist die lineare Interpolation innerhalb der Delaunay-Dreiecke. Es befinde sich \vec{r}_{int} in dem durch die Meßpunkte \vec{r}_{i1} , \vec{r}_{i2} und \vec{r}_{i3} gebildeten Delaunay-Dreieck. Dann ist die Summe in Gl. (31) über diese drei Punkte zu nehmen, und

$$w_j = D_j / D \quad (33)$$

wobei $j=i_1, i_2, i_3$, D die Gesamtfläche des Delaunay-Dreieckes und D_j die Fläche des dem Punkt \vec{r}_j gegenüberliegenden der drei Dreiecke, die sich ergeben, wenn \vec{r}_{int} mit den drei Eckpunkten des Delaunay-Dreieckes verbunden wird, bezeichnen. Die Gewichtungsfaktoren w_j nennt man auch baryzentrische Koordinaten (vgl. Abb. 20).

Der Vorteil dieser Interpolationsmethode besteht darin, daß aufgrund der Eigenschaften der Delaunay-Triangulation immer drei benachbarte Meßpunkte in verschiedenen Richtungen für die Interpolation bei \vec{r}_{int} verwendet werden, wodurch der lokale Gradient dort gut abgeschätzt wird. Nachteile der Methode sind die Unstetigkeit der ersten Ableitung von F an den Dreiecks-

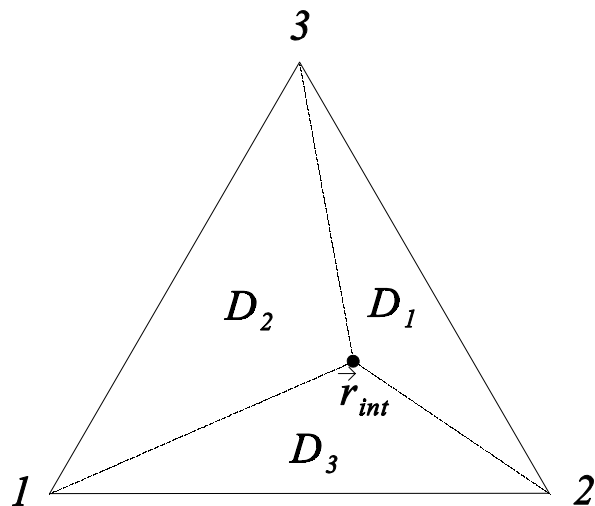


Abb. 20 Baryzentrische Koordinaten. D_i / D (wobei D die Gesamtfläche des Dreieckes ist) ergibt die baryzentrische Koordinate von i bei \vec{r}_{int} .

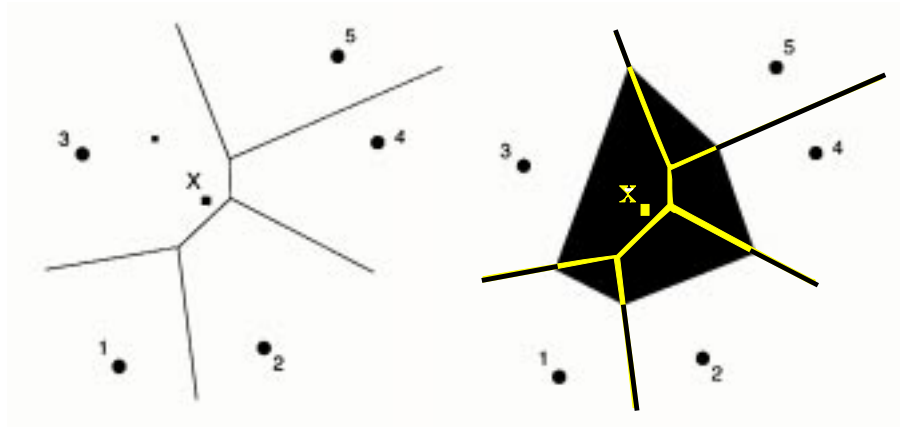


Abb. 21 Die natural neighbour-Koordinaten des Punktes i bei X sind der Quotient aus dem Anteil der schwarzen Fläche innerhalb des Voronoi-Polygons von i und der gesamten schwarzen Fläche (für Details siehe Text; aus Sambridge *et al.*, 1995, modifiziert).

seiten sowie das Verschwinden der zweiten und aller höheren Ableitungen innerhalb der Dreiecke. Da nur maximal drei Meßpunkte in jeden Interpolationspunkt eingehen, können sich Probleme bei der Darstellung großräumiger Trends ergeben (Watson, 1992).

3.3.2 natural neighbour - Interpolation

Diese Interpolationsmethode stellt wohl die fortgeschrittenste unter den zu Kategorie 2 zählenden dar. Die Grundmenge für die Mittelung nach Gl. (31) stellen die durch die Voronoi-Tessellation der Meßpunkte einschließlich des Interpolationspunktes \vec{r}_{Int} definierten natürlichen Nachbarn von \vec{r}_{Int} dar. Diese natürlichen Nachbarn seien mit \vec{r}_{i_j} , $j=1,...,n_{nat}$ bezeichnet, wobei n_{nat} die Anzahl der natürlichen Nachbarn zu \vec{r}_{Int} sei. Zur Ermittlung der Gewichtungsfaktoren betrachten wir die Überlagerung der oben beschriebenen Voronoi-Tessellation mit der durch die Meßpunkte allein gegebenen (Abb. 21). Die Schnittmengen des Voronoi-Polygons um \vec{r}_{Int} mit den Voronoi-Polygonen der \vec{r}_{i_j} aus der Tessellation ohne \vec{r}_{Int} werden als sekundäre Voronoi-Polygone V_{i_j} notiert. Der Gewichtungsfaktor des natürlichen Nachbarns \vec{r}_{i_j} bei \vec{r}_{Int} ergibt sich dann zu

$$w_{i_j} = V_{i_j} / V \quad (34)$$

wobei V die Gesamtfläche des Voronoi-Polygons um \vec{r}_{Int} ist. Die w_{i_j} werden auch als natural neighbour - Koordinaten bezeichnet.

Im Gegensatz zur linearen Triangulations-Interpolation ist bei der natural neighbour-

Methode die Anzahl der für ein bestimmtes \vec{r}_{Int} in Gl. (31) verwendeten Datenpunkte n_{nat} nicht starr nach oben beschränkt (für theoretische Überlegungen zu einer Obergrenze siehe Okabe *et al.*, 1992; Watson (1992) gibt den in der Praxis vorkommenden Maximalwert von n_{nat} mit 12-13 an). Dadurch können auch großräumige Trends in Gebieten mit schwacher Datenbelegung gut repräsentiert werden. Die Ausgabefunktion F kann höhere als erste Ableitungen beinhalten (Sambridge *et al.*, 1995, geben Gleichungen zur direkten Berechnung von Ableitungen an einem Interpolationspunkt aus den Meßwerten an). Die Ableitungen von F besitzen allerdings Unstetigkeiten an den Meßpunkten. V^{-1} ist ein punktweises relatives Maß für die Güte der Interpolation.

Ein Nachteil beider beschriebener Tesselationsmethoden ist, daß sie keine Extrapolation erlauben.

3.4 Harmonische Interpolation

Diese zur Kategorie 1 zählende Methode erwähnen wir, weil sie in sphärischer Geometrie direkt mit der in Abschnitt 2.3 gegebenen Gl. (3) durchgeführt werden kann: Sind die sphärischen harmonischen Koeffizienten $g_k^{m,\{f\}}_e$ und $h_k^{m,\{f\}}_e$ einmal gefunden, indem sie mit einem Optimierungsalgorithmus solange variiert werden, bis die Ergebnisfunktion Φ aus Gl. (3) (die der Funktion F in der Nomenklatur dieses Kapitels entspricht) bestmöglich an die Meßwerte angepaßt ist, so kann Φ mit dieser Gleichung auf der ganzen Sphäre bzw. sphärischen Kappe interpoliert werden.

Die Problematik der harmonischen Interpolation besteht - gleich in welcher Geometrie - darin, daß durch die Vorgabe der Anzahl der harmonischen Koeffizienten (in Gl. (3) also durch Vorgabe von K_i und K_e) der spektrale Inhalt der Interpolationsfunktion global festgelegt wird. Wenn in einer Teilregion des Interpolationsgebietes (oder auch auf dem ganzen Gebiet) die vorhandene Meßpunktdichte für die gewählte spektrale Auflösung zu gering ist, sind dort eine oder mehrere der kurzwelligsten harmonischen Basisfunktionen schlecht definiert und „schwingen durch“. Andererseits kann die Möglichkeit der Vorgabe des spektralen Inhalts bei dieser Methode auch zur bewußten Filterung kurzwelliger Anteile aus der Meßdatenverteilung benutzt werden.

3.5 minimum curvature - Interpolation

Diese zur Kategorie 1 gehörende Interpolationsmethode stammt aus der Theorie der

Splines und ist insofern das Gegenstück zur inverse distance - Interpolation mit $0 < p \ll 1$ (Abschnitt 3.2), als sie dadurch definiert ist, die Krümmung der interpolierten Kontur möglichst gleichmäßig über die Interpolationsfläche zu verteilen, während diese bei der erwähnten Form der inverse distance - Methode um die Gitterpunkte herum konzentriert ist. Formal wird dies durch eine Minimierung von $\sqrt{\Delta F}$ oder in einem anderen Ansatz von $(\nabla F)^2$ über das Interpolationsgebiet erreicht (z.B. Meinguet, 1979).

Als Interpolationsgleichung folgt dann

$$F(\vec{r}_{Int}) = b_0 + b_1 x_{Int} + b_2 y_{Int} + \sum_{i=1}^{n_{obs}} a_i C(\vec{r}_i - \vec{r}_{Int}) \quad (35)$$

wobei die Basisfunktion C je nach gewähltem Minimierungsansatz in der Literatur leicht variiert, z.B. $C = d^2 \ln(d^2)$ (Harder und Desmarias, 1972) oder $C = d^2 \log d$ (Franke, 1982), jeweils mit $d = \|\vec{r}_i - \vec{r}_{Int}\|$. Die Summe der Basisfunktionen C wird also einem linearen Trend addiert. Die Koeffizienten b_0, b_1, b_2 sowie $a_1, \dots, a_{n_{obs}}$ werden durch Lösung des folgenden linearen $(n_{obs} + 3 \times n_{obs} + 3)$ Gleichungssystems ermittelt:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & C(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) & C(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) & \dots & C(\vec{r}_1 - \vec{r}_{n_{obs}}) \\ 1 & x_2 & y_2 & C(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) & 0 & C(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) & \dots & C(\vec{r}_2 - \vec{r}_{n_{obs}}) \\ & & \vdots & & & & & \vdots \\ 1 & x_{n_{obs}} & y_{n_{obs}} & C(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_1) & C(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_2) & C(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_3) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_{obs}} \\ 0 & 0 & 0 & y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_{n_{obs}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n_{obs}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n_{obs}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Die minimum curvature - Interpolation kann mit den meisten Datensätzen angewandt werden und erlaubt auch eine Extrapolation. Da sie, wie bemerkt, als Gegenstück zur inverse distance - Interpolation mit $0 < p \ll 1$ angesehen werden kann, ist ihre Anwendung besonders dann zu empfehlen, wenn geneigte, aber relativ glatte Konturen von F zu erwarten sind. Sie ist am wenigsten für sehr uneinheitlich zwischen den Meßpunkten variierende Verteilungen geeignet.

3.6 Kriging

Dieses Interpolationsverfahren gehört ebenfalls zu Kategorie 1. Obwohl es im Gegensatz zum minimum curvature - Verfahren aus der Geostatistik stammt, läßt es sich

sehr analog zu diesem formulieren. Der wichtigste Unterschied zwischen den beiden Verfahren ist, daß beim Kriging die auf den linearen Trend addierten Basisfunktionen (geschätzte) Semivariogramme der Datenverteilung und also durch diese Verteilung selbst definiert sind. Das Semivariogramm γ unserer Datenverteilung ist definiert als

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{2} \text{Var}[F(\vec{r}+\vec{h}) - F(\vec{r})] \quad (37)$$

wobei \vec{h} ein Verschiebungsvektor im interessierenden Gebiet ist (der Faktor $\frac{1}{2}$ in obiger Gleichung gab Anlaß zum Begriff „Semi”variogramm). Da die Funktion F nicht bekannt ist, muß γ durch die gegebenen Meßwerte z_k abgeschätzt werden. Methoden dazu (die wieder auf Minimierungsalgorithmen beruhen) werden z.B. ausführlich von Cressie (1991) besprochen. Nach diesem ersten Schritt des Kriging-Verfahrens wird als zweiter Schritt analog zum minimum curvature - Verfahren eine Interpolationsgleichung

$$F(\vec{r}_{Int}) = b_0 + b_1 x_{Int} + b_2 y_{Int} + \sum_{i=1}^{n_{obs}} a_i z_i \quad (38)$$

definiert, deren Koeffizienten durch Lösung des linearen $(n_{obs} + 3 \times n_{obs} + 3)$ Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & \gamma(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) & \gamma(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) & \dots & \gamma(\vec{r}_1 - \vec{r}_{n_{obs}}) \\ 1 & x_2 & y_2 & \gamma(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) & 0 & \gamma(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) & \dots & \gamma(\vec{r}_2 - \vec{r}_{n_{obs}}) \\ & & \vdots & & & & & \vdots \\ 1 & x_{n_{obs}} & y_{n_{obs}} & \gamma(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_1) & \gamma(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_2) & \gamma(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_3) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{n_{obs}} \\ 0 & 0 & 0 & y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_{n_{obs}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n_{obs}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(\vec{r}_1 - \vec{r}_{Int}) \\ \gamma(\vec{r}_2 - \vec{r}_{Int}) \\ \vdots \\ \gamma(\vec{r}_{n_{obs}} - \vec{r}_{Int}) \\ 1 \\ x_{Int} \\ y_{Int} \end{pmatrix} \quad (39)$$

bestimmt werden. Man beachte, daß in (39) im Gegensatz zu (36) der Interpolationspunkt \vec{r}_{Int} enthalten ist, so daß das lineare Gleichungssystem hier für jeden Interpolationspunkt, dort nur einmal für alle Punkte gelöst werden muß.

Kriging ist eine in der Literatur oft angewandte Interpolationsmethode (z.B. Cressie, 1991; Watson, 1992, und Referenzen darin), die auch zur Extrapolation verwendet werden kann und mit den meisten Datensätzen zu vernünftigen Interpolationskonturen führt. Wie Davis (1981) allerdings zurecht bemerkt, hängt die Qualität der Interpolation stark von der Güte der Abschätzung des Semivariogramms ab. Da für dessen Abschätzung aus den Meßpunkten keine exakte Methode existiert, wird die Form des Semivariogram-

mes oft a priori vorgegeben. In diesem Fall verschwindet jedoch der prinzipielle Unterschied zwischen der Kriging-Methode und der minimum curvature - Interpolation fast völlig. Watson (1992) kritisiert außerdem, daß von einer Methode, die die Variations-eigenschaften einer Meßverteilung global durch eine einzelne Funktion, hier also γ , beschreibt, nicht zu erwarten ist, daß sie kleinräumige Trends in dieser Verteilung widerspiegeln kann.

Die hier beschriebene Variante des Kriging wird auch „gewöhnliches“ Kriging genannt. Zahlreiche weitere Abarten der Methode führt Cressie (1991) auf. Ein direkter Vergleich der inverse distance, minimum curvature und Kriging-Verfahren anhand derselben Meßdaten findet sich bei Samardjiev *et al.* (1993).

3.7 Interpolation von Vektorfeldern mittels divergenzfreier und rotationsfreier sphärischer Elementarsysteme

Alle bisher in diesem Kapitel diskutierten Interpolationsmethoden wurden zur Anwendung auf skalare Felder entwickelt. Vektorfelder können mit ihnen interpoliert werden, indem die skalaren Komponenten einzeln der Interpolation unterzogen werden. Die a priori-Eigenschaft vieler geophysikalischer Felder, daß ihre Divergenzen oder Rotationen (oder auch beide zusammen) verschwinden sollen, läßt sich auf diese Weise jedoch nicht in den interpolierten Feldern repräsentieren. Unter Verwendung der obigen Interpolationsmethoden sind zwei Auswege aus diesem Problem denkbar: 1.) Es wird für ein rotationsfreies Vektorfeld \vec{Z} ein Potential Φ mit $\vec{Z} = -\nabla \Phi$ integriert, dieses interpoliert, und durch Gradientenbildung das interpolierte \vec{Z} gewonnen. Ein analoges Verfahren ist für divergenzfreie Felder möglich, wenn die Rotationen des Feldes nur in eine Koordinatenrichtung, hier v genannt, zeigen, indem ein skalares Feld Ψ mit $\vec{Z} = \underline{e}_v \times \nabla \Psi$ definiert wird. Das Problem dieses Ansatzes besteht in beiden Fällen in der Integration von Φ oder Ψ aus den irregulär verteilten Meßdaten des Feldes \vec{Z} , da für diese selbst eine Interpolation von \vec{Z} erforderlich wäre. 2.) Nach der Interpolation eines Vektorfeldes \vec{Z} durch skalare Interpolation seiner Komponenten auf ein regelmäßiges Gitter wird dieses Anfangsinterpolationsmodell mittels eines Minimierungsverfahrens so variiert, daß einerseits die Rotation und/ oder Divergenz dieses Vektorfeldes und andererseits die Abweichung der von dem Gitterfeld auf die Meßpunkte zurückinterpolierten Vektoren von den tatsächlichen Meßvektoren minimal werden. Dieses Verfahren ist jedoch erstens in seiner numerischen Realisation sehr zeitaufwendig, und zweitens ergibt sich erfahrungsgemäß insbesondere bei geringer Meßpunktdichte folgender Effekt: Wird

z.B. verlangt, daß die Divergenz eines Vektorfeldes verschwinden möge, so wird zwar dieses Ziel von dem Minimierungsalgorithmus effektiv erreicht, die (eigentlich interessierende) Rotation aber gegenüber dem Anfangsinterpolationsfeld erheblich verändert, was die Bedingung der Anbindung des interpolierten Feldes an die Meßvektoren mangels ausreichender Anzahl solcher Vektoren nicht verhindern kann.

In diesem Abschnitt wird daher die in Abschnitt 2.4 gezeigte Entwickelbarkeit beliebiger Vektorfelder in rotationsfreie und divergenzfreie Basisvektorsysteme zur Interpolation explizit divergenz- und/ oder rotationsfreier Vektorfelder genutzt (vgl. auch Amm, 1997a). Die Methode gehört also zur Kategorie 1. Wir beschränken uns hier in der Darstellung dieser Interpolationsmethode auf die zweidimensionale Sphäre. Die Methode ist aber - wie alle übrigen in diesem Kapitel erwähnten - leicht auf andere Räume übertragbar, indem für diese geeignete divergenz- und rotationsfreie Basisfunktionen benutzt werden.

Wir betrachten einen Satz von Meßvektoren \vec{Z}_k , gemessen an den Punkten $\vec{r}_k = (\eta_k, \varphi_k)$, $k=1, \dots, n_{obs}$, welcher analog zum vorigen skalaren Fall als Repräsentation eines kontinuierlichen Vektorfeldes \vec{F} aufgefaßt wird. Die Meßvektoren sollen auf ein reguläres Gitter $\eta_p = \eta_0 + p \cdot \Delta\eta$, $p=0, \dots, P$ und $\varphi_q = \varphi_0 + q \cdot \Delta\varphi$, $q=0, \dots, Q$ interpoliert werden, wobei η_0 und φ_0 die Anfangsbreite bzw. -länge des Gitters und $\Delta\eta$ und $\Delta\varphi$ die Gitterpunktabstände in Breiten- bzw. Längenrichtung sind. Dieses Gitter wird als Interpolationsgitter bezeichnet. Mit analogen Benennungen definieren wir als zweites Gitter das hier so bezeichnete Elementarsystemgitter $\eta_s^{el} = \eta_0^{el} + s \cdot \Delta\eta^{el}$, $s=0, \dots, S$ und $\varphi_t^{el} = \varphi_0^{el} + t \cdot \Delta\varphi^{el}$, $t=0, \dots, T$. An jedem dieser Gitterpunkte befindet sich ein wie in Abschnitt 2.4 definierter Pol eines divergenzfreien und/ oder rotationsfreien Elementarvektorsystems. Die Gesamtanzahl der benutzten Pole der Elementarsysteme ist $n_{el} = (S+1)(T+1)$. Diese Positionen der Pole werden zudem in einer beliebigen, aber eindeutigen Weise mit einem Zählindex $l=1, \dots, n_{el}$ durchnummeriert.

Mit diesen Elementarsystemen wird das Vektorfeld \vec{F} wie folgt zusammengesetzt:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_{j=1}^{n_{el}} \left[\frac{a_j^{cf}}{4\pi R} \cot(\tilde{\vartheta}/2) \underline{e}_{\tilde{\vartheta}} \right]_{\text{geograph.}} + \sum_{j=1}^{n_{el}} \left[\frac{a_j^{df}}{4\pi R} \cot(\tilde{\vartheta}/2) \underline{e}_{\tilde{\varphi}} \right]_{\text{geograph.}} \quad (40)$$

Dabei bezeichnen wie in Abschnitt 2.4 $\tilde{\vartheta}$ den Polwinkel zwischen dem Pol des Elementarsystems j und \vec{r} , ausgedrückt im sphärischen Koordinatensystem des Elementarsystems, also dem mit Nordpol an dessen Pol, und $\underline{e}_{\tilde{\vartheta}}$ bzw. $\underline{e}_{\tilde{\varphi}}$ die zugehörigen Einheitsvektoren

in diesem System. Der Index ‚geograph.‘ meint, daß die im genannten Koordinatensystem ausgedrückten Terme in den eckigen Klammern von (40) vor ihrer Aufsummierung in das geographische Koordinatensystem transformiert werden müssen. R ist der Radius der betrachteten Sphäre. Die a_j werden Skalierungsfaktoren der rotationsfreien (,cf‘) oder divergenzfreien (,df‘) Elementarsysteme am Pol j genannt und sind im folgenden zu bestimmen. Sie entsprechen also den Faktoren I_0 in Gl. (12). Es sei erwähnt, daß durch den Übergang von einem Integral über die gesamte Ionosphäre in Gl. (12) zu einer Summe über endliche Gitterpunkte in Gl. (40) die Überlagerung der Elementarsysteme in (40) nicht mehr vollständig ist. Je feiner und größer das Elementarsystemgitter ist, desto besser können folglich beliebige Vektorfelder durch (40) repräsentiert werden.

Die Koeffizienten a_j werden durch Lösung eines linearen Gleichungssystems

$$\underline{T} \cdot \underline{a} = \underline{Z} \quad (41)$$

bestimmt, wobei

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} T_{11,\eta}^{cf} & T_{12,\eta}^{cf} & \dots & T_{1n_{el},\eta}^{cf} & | & T_{11,\eta}^{df} & T_{12,\eta}^{df} & \dots & T_{1n_{el},\eta}^{df} \\ T_{11,\varphi}^{cf} & T_{12,\varphi}^{cf} & \dots & T_{1n_{el},\varphi}^{cf} & | & T_{11,\varphi}^{df} & T_{12,\varphi}^{df} & \dots & T_{1n_{el},\varphi}^{df} \\ T_{21,\eta}^{cf} & T_{22,\eta}^{cf} & \dots & T_{2n_{el},\eta}^{cf} & | & T_{21,\eta}^{df} & T_{22,\eta}^{df} & \dots & T_{2n_{el},\eta}^{df} \\ T_{21,\varphi}^{cf} & T_{22,\varphi}^{cf} & \dots & T_{2n_{el},\varphi}^{cf} & | & T_{21,\varphi}^{df} & T_{22,\varphi}^{df} & \dots & T_{2n_{el},\varphi}^{df} \\ \vdots & & & \vdots & | & \vdots & & & \vdots \\ T_{n_{obs}1,\varphi}^{cf} & T_{n_{obs}2,\varphi}^{cf} & \dots & T_{n_{obs}n_{el},\varphi}^{cf} & | & T_{n_{obs}1,\varphi}^{df} & T_{n_{obs}2,\varphi}^{df} & \dots & T_{n_{obs}n_{el},\varphi}^{df} \end{pmatrix} \quad (42)$$

mit

$$T_{ij,\left\{\begin{smallmatrix} \eta \\ \varphi \end{smallmatrix}\right\}}^{\left\{\begin{smallmatrix} cf \\ df \end{smallmatrix}\right\}} = \left[\frac{1}{4\pi R} \cot(\tilde{\vartheta}/2) \underline{e}_{\left\{\begin{smallmatrix} \tilde{\vartheta} \\ \tilde{\varphi} \end{smallmatrix}\right\}} \right]_{\left\{\begin{smallmatrix} \eta \\ \varphi \end{smallmatrix}\right\}} \quad (43)$$

(hierbei stecken die Indices i und j auf der rechten Seite der Gleichung in $\tilde{\vartheta}$, das den Polwinkel zwischen mit Pol des Elementarsystems j und dem Gitterpunkt i bezeichnet; der Ausdruck in eckigen Klammern ist wieder im sphärischen Koordinatensystem des Elementarsystems j geschrieben und muß zur Berechnung von T in seine geographische η bzw. φ -Komponente umgerechnet werden), und

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1^{cf} \\ \vdots \\ a_{n_{el}}^{cf} \\ --- \\ a_1^{df} \\ \vdots \\ a_{n_{el}}^{df} \end{pmatrix} \quad (44)$$

sowie

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} Z_{1,\eta} \\ Z_{1,\varphi} \\ Z_{2,\eta} \\ Z_{2,\varphi} \\ \vdots \\ Z_{n_{obs},\eta} \\ Z_{n_{obs},\varphi} \end{pmatrix} \quad (45)$$

Folgende Interpolationsoptionen sind durch Modifikation der Gleichungen (42) und (45) gegeben: Werden alle Elemente in den beiden Gleichungen genutzt, so können mit den durch Lösung von (41) gewonnenen Skalierungskoeffizienten allgemeine Vektorfelder mittels Gl. (40) interpoliert werden. In diesem Falle ist also Gleichungssystem der Größe $(2n_{obs} \times 2n_{el})$ zu lösen. Soll ein divergenzfreies oder rotationsfreies Vektorfeld interpoliert werden, so werden in (42) nur die entsprechenden Elementarsysteme rechts bzw. links der vertikalen gestrichelten Linie, in (45) nur die entsprechenden Skalierungsfaktoren unter- bzw. oberhalb der gestrichelten Linie und in (40) nur die entsprechende Summe mit den ‚df‘ oder ‚cf‘-Komponenten genutzt. Somit beträgt die Größe des zu lösenden Gleichungssystems dann $(2n_{obs} \times n_{el})$. Zudem besteht in den Programmen zur numerischen Realisation dieser Interpolationsmethode die Möglichkeit zu verlangen, daß an bestimmten Gitterpunkten des Elementarsystemgitters weder Rotationen noch Divergenzen auftreten, also der zugehörige Skalierungsfaktor verschwindet. Diese Möglichkeit kann genutzt werden, um sowohl divergenz- als auch rotationsfreie Vektorfelder zu

interpolieren: Man wähle das Elementarsystemgitter (erheblich) größer als das Interpolationsgitter und verlange, daß alle Skalierungsfaktoren innerhalb letzteren Gitters verschwinden. Zusätzlich könnte wie oben beschrieben gewählt werden, ob außerhalb des Interpolationsgitters nur Divergenzen oder nur Rotationen von \vec{F} oder beide vorliegen sollen, was wieder die Größe des zu lösenden linearen Gleichungssystems festlegt.

Von sehr großer Bedeutung für die in diesem Abschnitt beschriebene Interpolationsmethode ist die Art und Weise, wie Gl. (41) gelöst wird: Da i.a. $n_{obs} \ll n_{el}$ sein wird (natürlich könnte, da n_{el} wählbar ist, immer z.B. $n_{el} = n_{obs}$ gesetzt werden; dann wären aber meist zuwenige Elementarsysteme verfügbar, um mit Gl. (40) beliebige Vektorfelder zusammenzusetzen), ist (41) üblicherweise unterdeterminiert und \underline{T} schlecht konditioniert. Letztere Eigenschaft führt bei üblichen numerischen Methoden für die Lösung linearer Gleichungssysteme (wie z.B. dem Gauß-Verfahren) zu numerischen Instabilitäten, welche erhebliche Fehler in der Lösung für die a_j und somit in der Interpolation von \vec{F} hervorrufen können. Einen Ausweg aus diesem Problem bietet die Methode der Lösung linearer Gleichungssysteme mittels singular value decomposition (SVD; z.B. Press *et al.*, 1992): Die Matrix \underline{T} wird zerlegt in

$$\underline{T} = \underline{U} \underline{w} \underline{V}^T \quad (46)$$

wobei, wenn \underline{T} die Größe $(2n_{obs} \times 2n_{el})$ hat, \underline{U} dieselbe Größe und \underline{w} sowie \underline{V}^T die Größe $(2n_{el} \times 2n_{el})$ besitzen. \underline{U} und \underline{V}^T sind orthogonale Matrizen, d.h. die Spalten von \underline{U} und die Zeilen von \underline{V}^T sind Basen des $(2n_{el})$ -dimensionalen Raumes aller möglichen Kombinationen der $(2n_{el})$ Elementarsysteme. \underline{w} ist diagonal, und die Diagonalelemente dieser Matrix, w_{mm} , $m=1, \dots, 2n_{el}$, werden als singuläre Werte von \underline{T} bezeichnet. Ist $2n_{el} > 2n_{obs}$, so sind immer $2n_{el} - 2n_{obs}$ singuläre Werte gleich Null. Die Konditionszahl der Matrix \underline{T} ist dann definiert als $K = \text{Min.} \{w_{mm}\} / \text{Max.} \{w_{mm}\}$ unter Ausschluß dieser Nullwerte und liegt folglich zwischen 0 und 1. Der entscheidende Punkt bei der SVD ist, daß sie erlaubt, die gut konditionierten Anteile in \underline{T} von den schlecht konditionierten zu separieren, da erstere in der Basistransformation (46) mit großen, letztere mit kleinen Werten von w_{mm} verbunden sind (für Details s. Press *et al.*, 1992). Letztere werden entfernt, indem alle w_{mm} mit $w_{mm} \leq \varepsilon \cdot \text{Max.} \{w_{mm}\}$ in \underline{w} zu Null gesetzt werden. Typische Werte für ε liegen um 0,1. Anschließend kann das lineare Gleichungssystem (41) durch

$$\underline{a} = \underline{V} \left(\text{diag}(\tilde{w}_{mm}) \right) \underline{U}^T \underline{Z} \quad (47)$$

gelöst werden, wobei

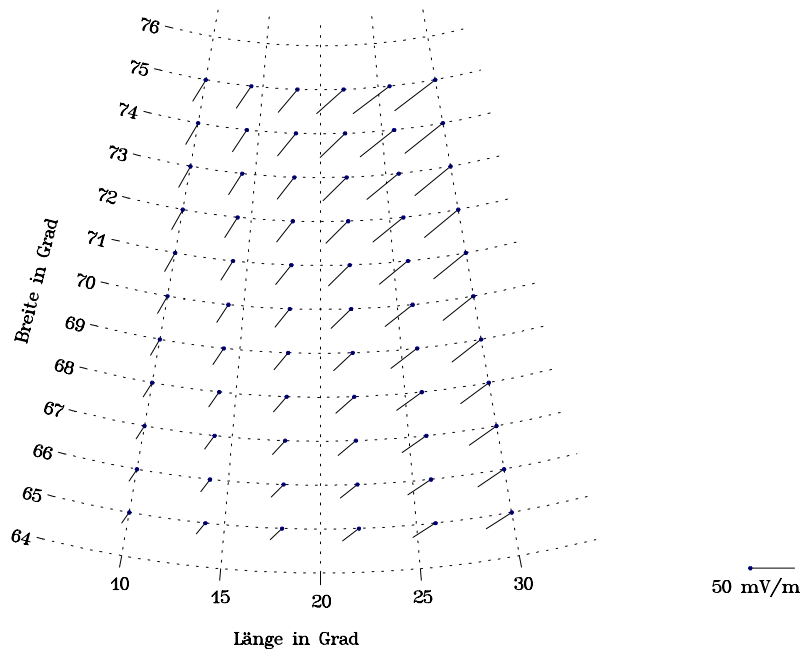


Abb. 22 Nach Gl. (49) analytisch berechnetes elektrisches Feld.

$$\tilde{w}_{mm} = \begin{cases} w_{mm}^{-1} & \text{für } w_{mm} \neq 0 \\ 0 & \text{für } w_{mm} = 0 \end{cases} \quad (48)$$

ist.

Abschließend sei die oben beschriebene Interpolationsmethode anhand eines Testbeispiels demonstriert: Wir modellieren ein (für das Beispiel elektrisches) Potential

$$\Phi(\eta, \varphi) = c_1 \arctan \left(\frac{\eta - \eta_0}{d_1} \right) + c_2 \arctan \left(\frac{\varphi - \varphi_0}{d_2} \right) \quad (49)$$

wobei die Konstanten zu $c_1 = 30 \text{ kV}$, $c_2 = 15 \text{ kV}$, $d_1 = d_2 = 10^\circ$ und $\eta_0 = 75^\circ$ sowie $\varphi_0 = 30^\circ$ gewählt werden. Das elektrische Feld, das sich durch analytische Berechnung von $\vec{E} = -\nabla_b \Phi$ aus Gl. (49) (sowie Umrechnung der Einheiten von $\text{kV}/^\circ$ in mV/m) ergibt, ist in Abb. 22 auf dem Intervall $\eta = [65^\circ, 75^\circ]$, $\Delta\eta = 1^\circ$ und $\varphi = [10^\circ, 30^\circ]$, $\Delta\varphi = 4^\circ$ dargestellt. Die Anzahl der Gitterpunkte beträgt also 66. Abb. 23 zeigt virtuelle Meßwerte desselben Feldes auf 33 zufällig ausgewählten Meßpunkten im oben angegebenen Gebiet. Diese Verteilung wird als Eingabe in das beschriebene Interpolationsverfahren gegeben. Das Elementarsystemgitter legen wir zu $\eta^{el} = [60^\circ, 80^\circ]$, $\Delta\eta^{el} = 0,5^\circ$ und $\varphi^{el} = [0^\circ, 40^\circ]$, $\Delta\varphi^{el} = 2^\circ$ fest und setzen den oben definierten Parameter ε auf den Wert

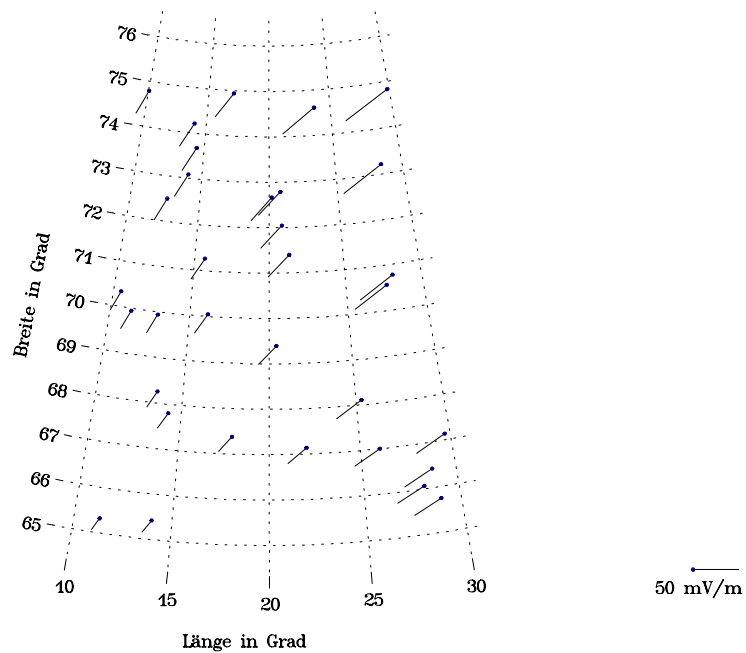


Abb. 23 Virtuelle Meßvektoren, an 33 zufällig bestimmten Meßpunkten aus Gl. (49) bestimmt.

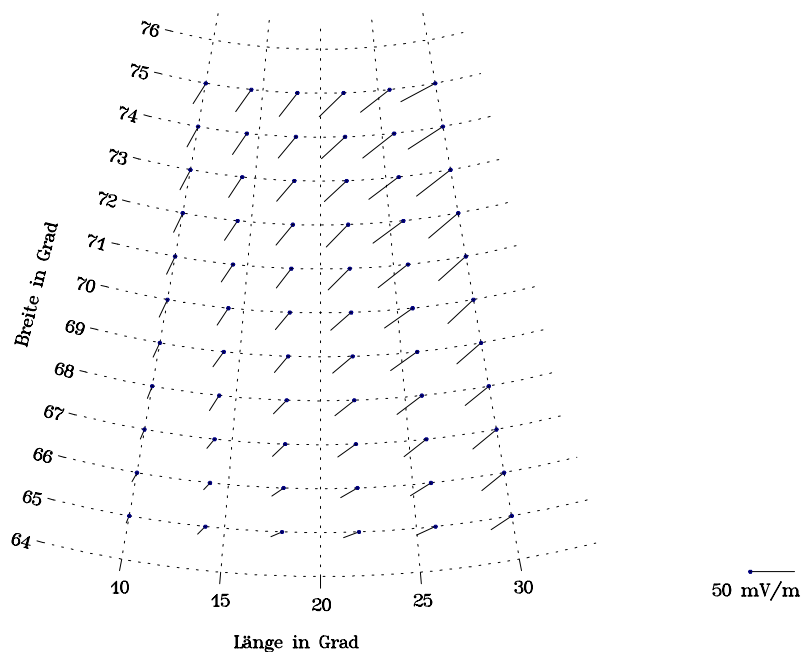


Abb. 24 Interpolation mit sphärischen Elementarsystemen: Rotationsfreies interpoliertes Vektorfeld, aus Eingabedaten nach Abb. 23.

0,1. Weiterhin wird ein rotationsfreies interpoliertes Vektorfeld verlangt. Abb. 24 zeigt das Ergebnis der Interpolation, für das bei besagter Wahl von ε 24 der insgesamt 861

singulären Werte zu Null gesetzt wurden. Wie in Abb. 24 zu erkennen, ist der Unterschied zwischen dem interpolierten und dem modellierten \vec{E} (Abb. 22) sehr gering. Die in diesem Abschnitt diskutierte Interpolationsmethode ist also in der Lage, das gegebene Meßvektorfeld gut zu interpolieren, und erzeugt im Gegensatz zu allen anderen in diesem Kapitel erwähnten Methoden zudem ein genau rotationsfreies Interpolationsvektorfeld.

Eine allgemeine Regel, wann welche Interpolationsmethode gewählt werden sollte, kann als Fazit dieses Kapitels nicht aufgestellt werden. Bei dieser Wahl ist in jedem Einzelfall neben den jeweiligen Eigenschaften der Ausgangsdaten auch zu beachten, zu welchem Zweck die interpolierte Verteilung genutzt werden soll, also z.B. ob nur die Veranschaulichung einer Datenverteilung gewünscht, oder ob die interpolierte Verteilung noch weiteren Auswerteschritten wie Integration oder Differentiation unterzogen wird. Neben den Bemerkungen in den einzelnen Abschnitten kann allgemein festgehalten werden, daß bei dichter Meßdatenbelegung die einfache inverse distance - Methode meistens gut genug ist. Bei schwacher Meßdatenbelegung können mit der minimum curvature - Methode oder dem Kriging-Verfahren oft recht glatte Interpolationsfelder erzeugt werden, die aber in Gebieten sehr schwacher Belegung zum „Durchhängen“ neigen. Dieser Effekt wird mit der natural neighbour - Methode vermieden, die jedoch den Nachteil hat, keine Extrapolation zuzulassen. Eine weitere, auch bei schwacher Datenbelegung von Meßvektorfeldern vorteilhafte Methode ist die Interpolation mit sphärischen Elementarsystemen. Sie bietet sich besonders dann an, wenn aus physikalischem Vorwissen bekannt ist, daß ein zu interpolierendes Vektorfeld rotations- und / oder divergenzfrei ist.

4 Anwendung anhand eines elektrodynamischen Modelles der nördlichen Polarlichtzone

Nachdem in Kapitel 2 die theoretische Formulierbarkeit der Charakteristikenmethode in sphärischen Koordinaten gezeigt wurde, soll in diesem Kapitel die Fähigkeit der Methode in ihrer numerischen Realisation untersucht werden, eine gegebene Modellverteilung ionosphärischer elektrodynamischer Parameter hinreichend gut zu reproduzieren (Fragestellung 2 der Einleitung). Diese Untersuchung dient zugleich als Test der zur Durchführung der Methode entwickelten Programme. Um die Fähigkeiten der sphärischen Variante explizit von denen der kartesischen abzuheben, wählen wir als Modellgebiet die gesamte nördliche Polarlichtzone.

Die für den Test verwendete Vorgehensweise entspricht der von Amm (1994, 1995): Es werden je eine Verteilung des ionosphärisches elektrisches Potentials Φ (bzw. äquivalent des elektrisches Feldes \vec{E}), der Hall-Leitfähigkeit Σ_H und des Verhältnisses von Hall- zu Pedersen-Leitfähigkeit, α , modelliert. Aus diesen können die restlichen ionosphärischen elektrodynamischen Parameter wie auch die Eingabeparameter C und D für die Charakteristikenmethode nach den in Kapitel 2 gegebenen Relationen berechnet werden. Die Methode wird dann mit letzteren Parametern durchgeführt und die resultierende Verteilung für Σ_H als ihre primäre Ausgabeverteilung mit der modellierten Verteilung verglichen.

Im Gegensatz zu den Modellverteilungen von Amm (1994, 1995), welche neben dem Test der Charakteristikenmethode teilweise auch eine verbesserte Modellierung spezieller ionosphärischer elektrodynamischer Situationen intendierten, sind die in diesem Kapitel modellierten Verteilungen ausschließlich zu Testzwecken gedacht. Es kommt daher für sie weniger darauf an, eine spezielle Situation darzustellen als vielmehr, in möglichst einfacher Weise die wesentlichen Züge einer in der Realität möglichen elektrodynamischen Konfiguration wiederzugeben. Alle modellierten Verteilungen wurden daher aus analytischen Ausdrücken aufgebaut.

Das für den Test benutzte Modellgebiet erstreckt sich über volle Breitenkreise im Breitengebiet von 62° bis 90° . Als Gitterpunktabstände wurden $\Delta \eta = 1^\circ$ und $\Delta \varphi = 4^\circ$ gewählt. Die Sonne befindet sich im Modell in $\varphi=0^\circ$ - Richtung, Mitternacht ist also bei $\varphi=180^\circ$. Abb. 25 zeigt das modellierte elektrische Potential Φ . Es handelt sich um eine Zweizellen-Konfiguration, wobei die Zelle auf der Morgenseite etwas größer ist als die auf der Abendseite, dafür aber geringere Potentialgradienten aufweist. Die Potentialdifferenz zwischen dem Minimum von Φ auf der Abendseite und seinem Maximum auf der

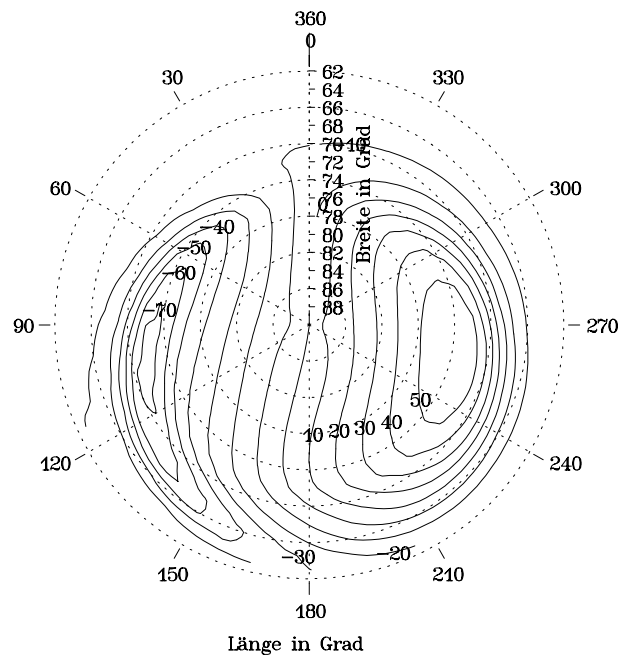


Abb. 25 Modelliertes ionosphärisches elektrisches Potential Φ (in kV) auf der nördlichen Polarlichtzone.

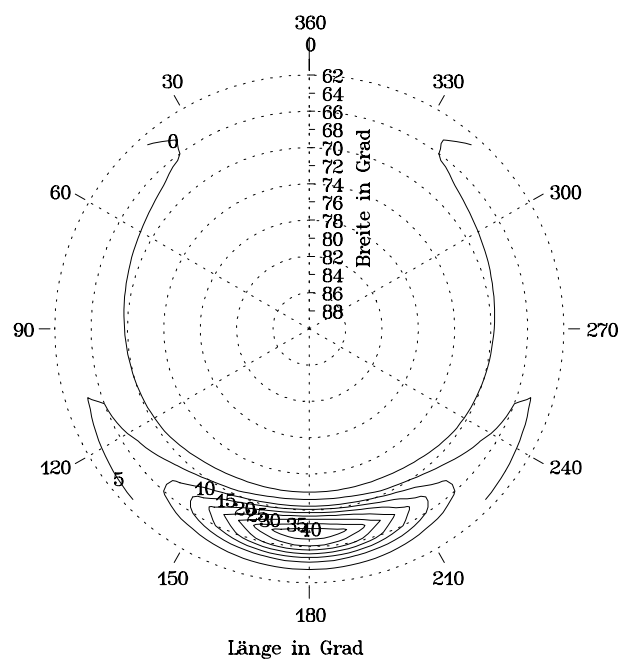


Abb. 26 Modellerte Hall-Leitfähigkeit Σ_H (in S) auf der nördlichen Polarlichtzone.

Morgenseite beträgt ca. 133 kV. Die Harang-Diskontinuität ist auf der Abendseite als sich vom dortigen Potentialminimum nach Südosten erstreckendes Tal in den Potential-

konturen zu erkennen. Sie erreicht den Südrand des Modellgebietes bei etwa 175° Länge, also kurz vor Mitternacht. Unser Potentialmodell trägt damit wesentliche Züge des von Heppner und Maynard (1987) als Modell DE bezeichneten Modelles für negatives B_y und B_z des interplanetaren Magnetfeldes, allerdings mit einer in unserem Modell etwas geringeren Asymmetrie zwischen der Morgen- und Abendzelle. Zudem ist die recht große Potentialdifferenz zwischen den Zellenextrema in unserem Modell dadurch begründet, daß es für magnetisch stark gestörte Zeiten repräsentativ sein soll.

Unter demselben Gesichtspunkt wurde das Modell für Σ_H entworfen (Abb. 26): Es weist um Mitternacht bei 67° Breite sein Maximum von über 40 S auf und fällt von dort nach Norden und Süden schnell ab, wobei seine Halbwertsbreite etwa 2 Breitengrade beträgt; nach Osten und Westen dagegen fällt Σ_H symmetrisch und langsam ab, wobei es auf seiner Maximalbreite von 67° erst in etwa 40 Längengraden Abstand von Mitternacht den Wert von 10 S unterschreitet. Auf der Tagseite und in der Gegend des Pols wurden Σ_H -Werte von nur wenigen S modelliert (wir nehmen an, es herrsche auf der Nordhalbkugel Winter). Der unsrigen ähnliche Verteilungen für Σ_H resultieren in globalen MHD-Simulationen für magnetisch stark gestörte Perioden (z.B. Janhunen, 1996). Der Einfachheit halber wurde für das Leitfähigkeitsverhältnis α (Abb. 27) eine linear von Σ_H abhängige Verteilung modelliert, bei der in grober Übereinstimmung mit von Kirkwood *et al.* (1988) für stark gestörte Zeiten gemessenen Werten einem Σ_H -Wert von 5 S $\alpha = 1$ und von $\Sigma_H = 50$ S $\alpha = 4$ zugeordnet wurden.

Aus diesen Modellverteilungen können mittels der Gln. (1), (18) und (19) die verbleibenden elektrodynamischen Parameter des makroskopischen Stromsystems berechnet werden. Als Beispiel ist die Verteilung von j_{\parallel} in Abb. 28 gezeigt. Deutlich zu erkennen sind die beiden in der Nähe des Polarlichtovals mit Ausnahme des Mittagssektors fast über den gesamten Längenwinkelbereich verlaufenden breitenparallelen Schichten feldparalleler Ströme, deren nördliche Region 1 und deren südliche Region 2 genannt werden. Sie wechseln ihre Polarität im Mitternachtsektor an der Harang-Diskontinuität, indem im Abendsektor in der Region 1 aufwärts und im Morgensektor abwärts gerichtete FACs sowie in der Region 2 die jeweils entgegengesetzt verlaufenden Ströme vorliegen.

Die aus den Modellverteilungen berechneten Eingabeparameter C und D für die Charakteristikenmethode sind in Abb. 29 und Abb. 30 abgebildet. C spiegelt im wesentlichen die Divergenz des elektrischen Feldes und somit $-\Delta_b \Phi$ wider. Es nimmt das Maximum seiner Absolutwerte südlich des Potentialminimums im Nachmittagssektor, D im Bereich der Harang-Diskontinuität im späten Abendsektor an. Beide Verteilungen zeigen eine deutlich stärkere Variabilität in Breiten- als in Längsrichtung. Diese schon

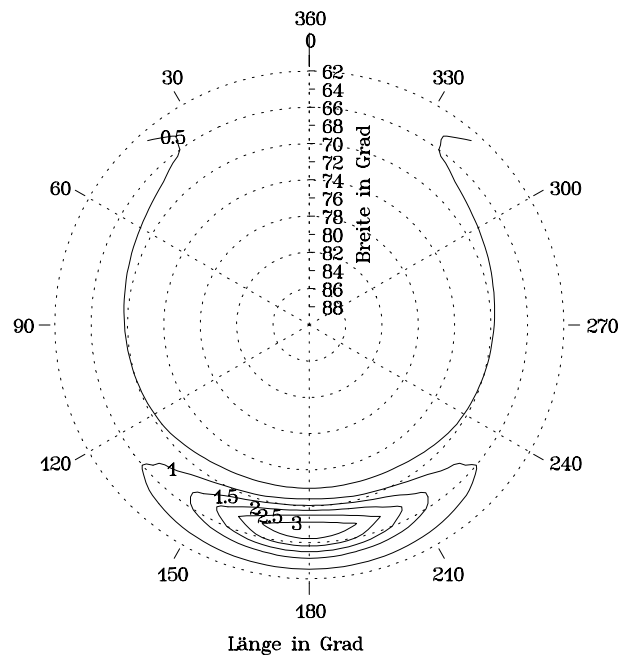


Abb. 27 Modelliertes Leitfähigkeitsverhältnis α für die nördliche Polarlichtzone.

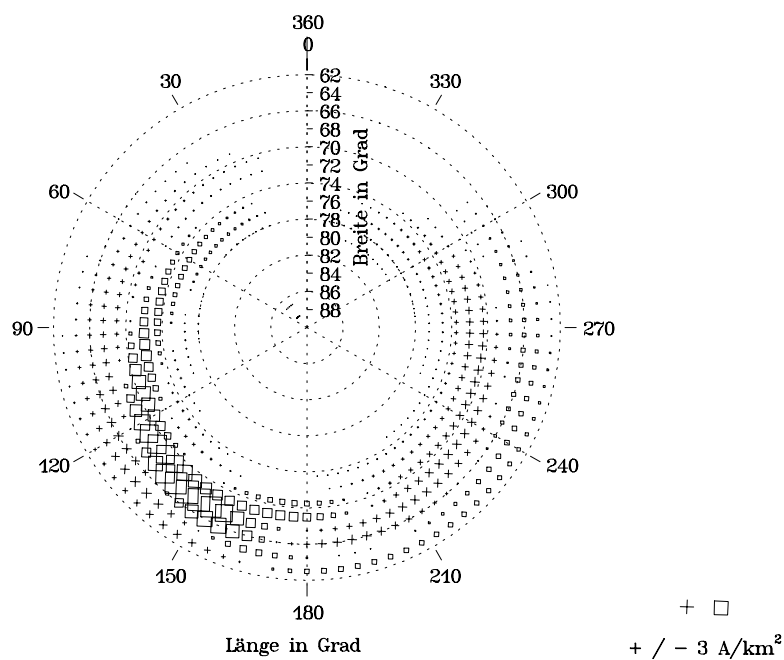


Abb. 28 Sich aus den Modellverteilungen der Abb. 25-Abb. 27 ergebende feldparallele Ströme in der nördlichen Polarlichtzone

den Modellverteilungen zukommende Eigenschaft wird im Falle von *C* und *D* noch dadurch verstärkt, daß letztere sich aus Differentiationen der ersteren ergeben. Die

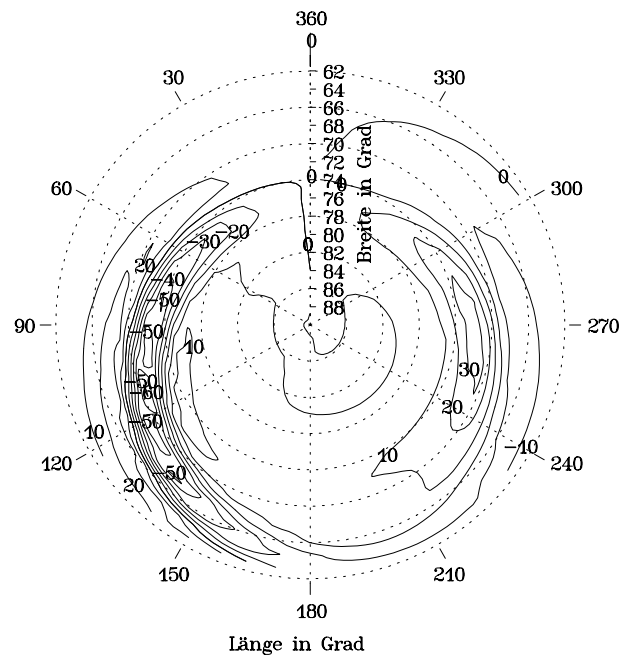


Abb. 29 Parameter C (in 10^{-8} Vm^{-2}) auf der nördlichen Polarlichtzone, aus den Modellverteilungen berechnet.

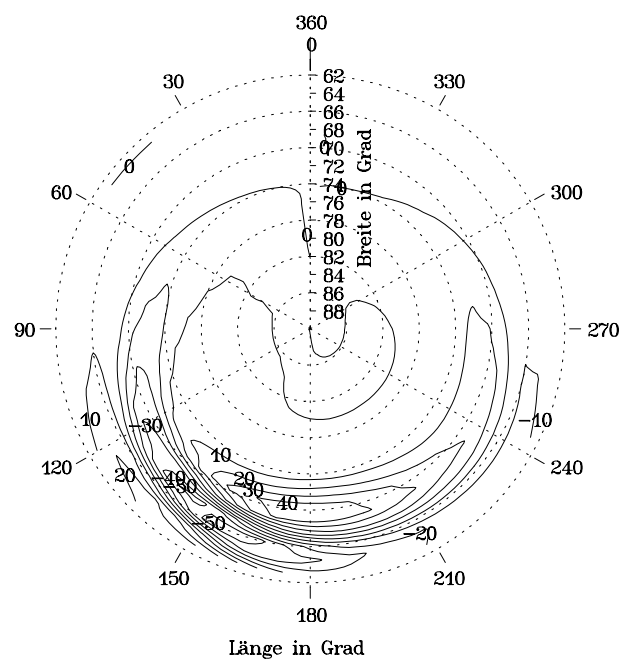


Abb. 30 Parameter D (in 10^{-7} Am^{-2}) auf der nördlichen Polarlichtzone, aus den Modellverteilungen berechnet.

Genauigkeit der numerischen Repräsentation beider Verteilungen hängt daher entscheidend von dem im Modell verwendeten Gitterpunktabstand in Breitenrichtung ab.

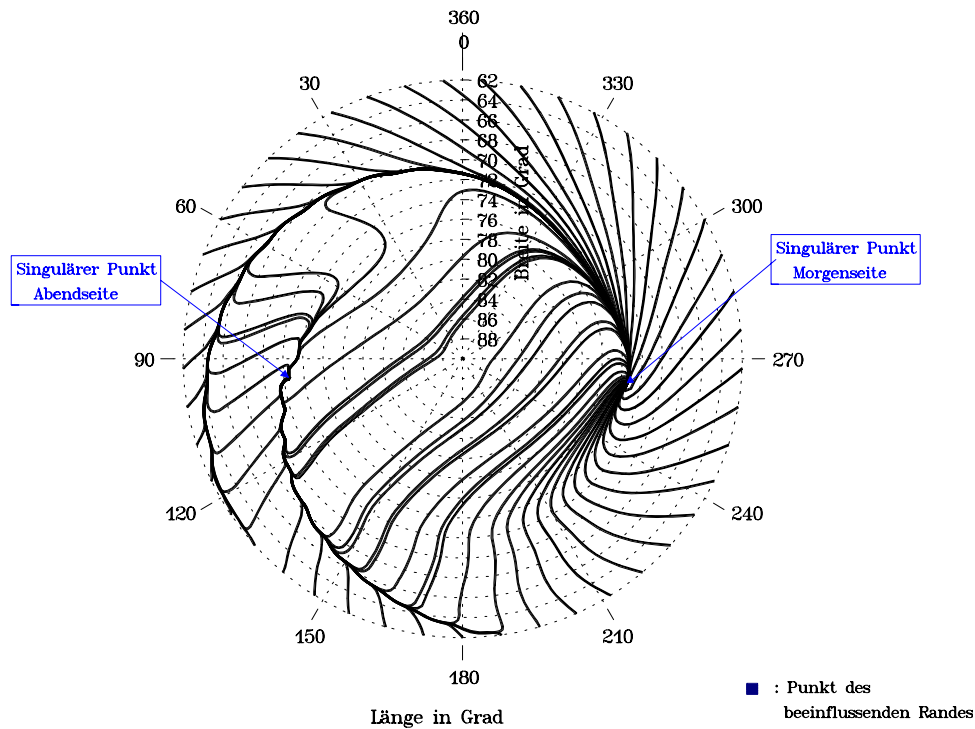


Abb. 31 Charakteristiken auf der nördlichen Polarlichtzone.

Die sich aus unserem Modell ergebenden Charakteristiken (Abb. 31) zeigen als Hauptmerkmal das Zusammenlaufen aller Charakteristiken in mindestens einen der beiden singulären Punkte, die sich nahe den Positionen des isolierten Potentialmaximums bzw. -minimums im Morgen- bzw. Abendsektor ergeben (vgl. Abb. 25/ singuläre Punkte wurden kurz in Abschnitt 2.5 erwähnt; für eine detailliertere Beschreibung siehe Amm, 1995). Damit verschwindet in unserem Modell der in Abschnitt 2.5 definierte beeinflussende Rand vollständig, und vom theoretischen Standpunkt her ist die Lösung für Σ_H auf dem gesamten Modellgebiet eindeutig durch die Eingabeverteilungen für die Charakteristikenmethode (also \vec{E} und α , aus denen \vec{V} und C berechnet werden, sowie D) festgelegt. Vom singulären Punkt auf der Morgenseite verlaufen die Charakteristiken relativ geradlinig nach Süden in den Bereich westlicher Ionosphärenströme, bis sie den Modellrand erreichen. Eine weitere Schar von Charakteristiken läuft von diesem singulären Punkt zunächst entlang eines etwa beim 75. Breitengrad verlaufenden Charakteristikenstreifens in östliche oder westliche Richtung, um dann recht geradlinig über den Polbereich in Richtung des späten Abendsektors zu wandern und schließlich den singulären Punkt des Abendsektors zu erreichen. Ein Teil dieser Charakteristiken trifft nach ihrem Weg über den Pol auf die Harang-Diskontinuität, wo sich die Charakteristiken erneut zu einem Streifen bündeln, bevor sie zu dem genannten singulären Punkt gelangen. Eine dritte Schar von Charakteristiken verläuft vom singulären Punkt auf der

Morgenseite nach Osten entlang der Fortsetzung des zuerst erwähnten Streifens beim 75. Breitengrad in den Nachmittagssektor, wo diese Charakteristiken einen Streifen etwa am Südrand des Gebietes mit erhöhter Leitfähigkeit und damit verbundenen nennenswerten Ostströmen bilden, von dem aus Charakteristiken zu beiden Seiten abzweigen, bis dieser Streifen im Abendsektor den Modellrand erreicht. Die nach Süden abzweigenden Charakteristiken verlaufen wie die anfangs erwähnten in gerader Linie zum Modellrand, während die nach Norden abzweigenden in den singulären Punkt auf der Abendseite einlaufen und dabei z.T. zunächst von Süden her auf den Charakteristikenstreifen der Harang-Diskontinuität treffen. Bezüglich dieser Diskontinuität ist die Topologie der Charakteristiken in unserem Modell konsistent mit der von Inhester *et al.* (1992) und Amm (1997b) auf erheblich kleineren Gebieten aus Daten abgeleiteten.

Schließlich zeigt Abb. 32 die aus der Anwendung der Charakteristikenmethode resultierende Ausgabeverteilung für Σ_H . Wie ersichtlich, wird die modellierte Σ_H -Verteilung (Abb. 26) im wesentlichen sehr gut reproduziert. Allerdings sind insbesondere im Nachmittags- und Abendsektor einige numerische Fehler erkennbar, die sich entlang der beiden oben beschriebenen Charakteristikenstreifen in diesem Sektor konzentrieren (am stärksten entlang des südlichen Streifens) und sich teilweise auch in die Polregion fortsetzen. Für diese Fehler gibt es zwei Gründe: 1) Sie können in Regionen mit großen Gradienten der Eingabeverteilungen C und D auftreten, wenn deren tatsächliche Variabilität aufgrund eines zu großen Gitterpunktabstandes (hier vor allem in Breitenrichtung) in den numerischen Eingabeverteilungen nicht hinreichend aufgelöst ist. Die Fehler treten dann bei der Interpolation der Parameter von dem Gitter auf die aktuelle Charakteristikenposition zwischen den Gitterpunkten auf, wie sie zur Auswertung von Gl. (29) erforderlich ist. Daß diese Art von Fehler in unserer Ausgabeverteilung auftritt, ist schon daran erkenntlich, daß die größten Ungenauigkeiten im Nachmittags- und Abendsektor auftreten, in denen C und D die größten Gradienten aufweisen (vgl. Abb. 29 und Abb. 30), wohingegen im Morgen- und Vormittagssektor, in denen beide Verteilungen homogener sind, kaum numerische Probleme vorhanden sind. Tatsächlich können die numerischen Fehler durch eine Verkleinerung der Gitterpunktabstände des Modellgitters verringert und schließlich ganz zum Verschwinden gebracht werden, wogegen sie bei deren Vergrößerung sich verstärken. 2) Die oben genannten Fehler oder auch kleinere numerische Ungenauigkeiten können sich entlang sehr langer Charakteristiken akkumulieren und dadurch die Lösung für Σ_H entlang solcher Charakteristiken ab einer bestimmten Weglänge dominieren. So hat z.B. die Charakteristik, die vom singulären Punkt auf der Morgenseite in Abb. 31 ausgeht und schließlich bei $\varphi=132^\circ$ den Rand des Modellgebietes

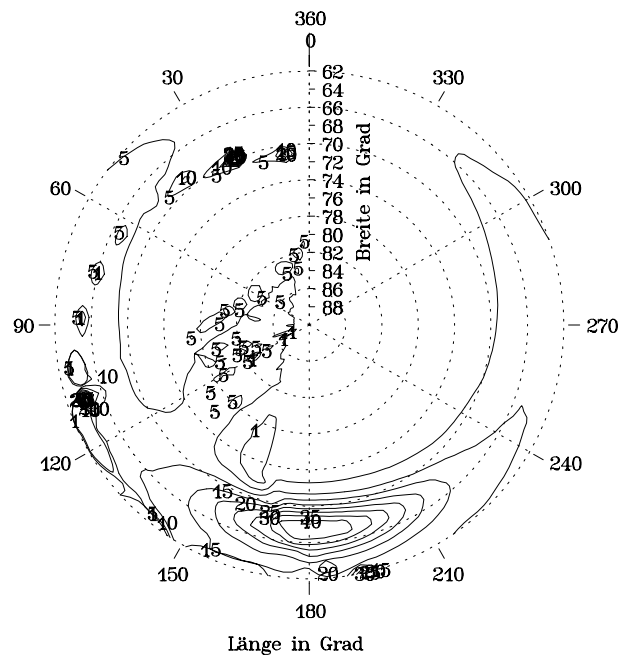


Abb. 32 Ausgabeverteilung der Charakteristikenmethode:
Resultierendes Σ_H (in S) auf der nördlichen Polarlichtzone.

erreicht, eine Gesamtlänge von 9305 km. Entlang dieser und benachbarter der längsten Charakteristiken in unserem Modell liegen auch die größten numerischen Fehler vor.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß im Falle unseres elektrodynamischen Modelles für die nördliche Polarlichtzone die Charakteristikenmethode in der Lage ist, die modellierte Verteilung für Σ_H aus den direkt mittels der Modellverteilungen berechneten Eingabeparametern der Methode gut zu reproduzieren. Die Fragestellung 2 der Einleitung kann somit ebenfalls positiv beantwortet werden. Es treten jedoch abhängig von der verwendeten Gitterpunktdichte in Regionen starker Variabilität der Eingabeparameter numerische Fehler in der Lösung für Σ_H auf. Während diese Fehler in einer Modellierung durch Verkleinerung der Gitterpunktabstände wesentlich reduziert werden könnten, ist dieser Weg im Falle der Verwendung realer Meßdaten nicht praktikabel, weil der Informationsgehalt der Daten durch die Meßpunktdichte festgelegt ist. Andererseits sind die erwähnten Fehler durch ihre Anordnung entlang der Charakteristiken leicht als solche zu erkennen.

5 Anwendungen anhand von Meßdaten

In diesem Kapitel wird die Charakteristikenmethode auf mehrere Ereignisse angewendet, für die reale Meßdaten des ionosphärischen elektrischen Feldes und der Magnetfeldstörung am Boden vorliegen. Zunächst werden im folgenden Abschnitt die Kriterien für die Auswahl solcher Ereignisse vorgestellt. Im zweiten Abschnitt werden die bei den gewählten Ereignissen Meßdaten beitragenden kohärenten Radaranlagen und Magnetometerketten bzw. -arrays und ihre Meßgebiete beschrieben, wobei der Schwerpunkt der Darstellung auf ersteren liegt. Im dritten Abschnitt werden zwei Ereignisse aus dem Zeitraum der International Magnetospheric Study (IMS, 1976-1979; vgl. Untiedt und Baumjohann, 1993) mit Meßdaten des Scandinavian Magnetometer Array (SMA; Küppers *et al.*, 1979) und des kohärenten Radars STARE (Greenwald *et al.*, 1978; Nielsen, 1982) behandelt. Im vierten Abschnitt schließlich wird ein Ereignis aus jüngster Zeit untersucht, für das Daten der SuperDARN-Radarkette (Greenwald *et al.*, 1995) sowie der IMAGE- und der Grönland-Magnetometerketten vorliegen.

5.1 Kriterien für die Ereignisauswahl

Wie in der Einleitung definiert, besteht die Intention dieser Arbeit in Bezug auf Meßdaten darin, instantane Verteilungen der flächenhaften, makroskopischen Elektrodynamik der Ionosphäre zu untersuchen. Diese Intention stellt mehrere Kriterien an die für ein Ereignis vorliegenden Daten, die zusammen mit allgemeinen Kriterien kurz vorgestellt werden sollen. Die folgende Liste teilt sich in zwingende und zusätzliche Kriterien auf:

Zwingende Kriterien sind solche, die technisch zur Durchführung der Charakteristikenmethode unabdingbar sind:

- Es müssen gleichzeitig zweidimensionale Vektordaten von \vec{E} und \vec{B}_G auf sich überlappenden Gebieten vorliegen; eine einzelne, eindimensionale Magnetometerkette oder flächenhafte Magnetometerdaten, bei denen durchgehend Vektorkomponenten fehlen, reichen als Eingabedatensätze ebenso wenig aus wie \vec{E} -Feld-Daten von nur einer Radarstation, bei denen also nur die Radialkomponente von \vec{E} bezüglich dieser Station vorhanden ist.
- Die Meßpunktdichte für \vec{E} und \vec{B}_G muß groß genug sein, um eine vernünftige

Interpolation der Meßdaten auf ein Gitter der für die Analyse gewünschten Feinheit zu gestatten. Eine grobe Abschätzung der kleinsten mit einem Meßdatensatz auflösbaren Wellenlänge kann analog zum Nyquist-Theorem (z.B. Press *et al.*, 1992) durch $2\bar{s}$ gegeben werden, wobei \bar{s} die mittlere Seitenlänge der Dreiecksseiten der Delaunay-Triangulation (vgl. Abschnitt 3.3) der Meßpunkte ist. Im Falle der \vec{E} -Feld-Daten ist diese Bedingung in der Praxis i.a. gleichbedeutend damit, daß der Anteil der Meßwerte mit ausreichender Radarrückstreuung hinreichend groß sein muß; bei zu geringer Rückstreuung liegen entweder gar keine oder irreguläre Meßdaten von \vec{E} vor.

- Das Überlappungsgebiet der \vec{E} -Feld-Daten mit ausreichender Radarrückstreuung und der Bodenmagnetfelddaten muß groß genug sein, um eine eindeutige Lösung für Σ_H nach Gl. (29) auf einem hinreichenden Teil des Untersuchungsgebietes zu gewährleisten (d.h. der vom unbekannten Anfangswert $\Sigma_H(\vec{r}_0)$ abhängige Term in Gl. (29) muß in einem genügend großen Teil des Gebietes deutlich kleiner als der von diesem Anfangswert unabhängige sein). Die Erfüllung dieser Bedingung hängt stark von der Struktur des elektrischen Feldes selbst ab. Je größere Divergenzen von \vec{E} im Untersuchungsgebiet vorliegen, desto größere Werte nimmt der Parameter C an, welcher über das Integral I das exponentielle Abklingen des Anfangswerttermes in (29) bestimmt.

Sind die Meßdaten von \vec{E} oder \vec{B}_G an einem oder mehreren Rändern des Meßgebietes hinreichend homogen, so ist es oft möglich, die Daten in Richtung dieser Ränder zu extrapolieren, um damit das Überlappungsgebiet der beiden Verteilungen zu vergrößern und die Erfüllung obiger Bedingung zu verbessern.

In einigen Fällen kann auch die in der Lösung für Σ_H resultierende Leitfähigkeitsänderung im Untersuchungsgebiet so prägnant sein, daß der Einfluß von $\Sigma_H(\vec{r}_0)$, obwohl verbleibend, zwar eine Unsicherheit für den Absolutwert der Leitfähigkeit bedeutet, die Struktur ihrer Verteilung aber gleichwohl bestimmbar und durch die Unsicherheit nur marginal beeinflußt ist. Sind im Extremfall $\nabla_b \cdot \vec{E} \equiv 0$ und $\nabla_b \alpha \equiv 0$, so folgt aus Gl. (27)

$$\frac{d\Sigma_H(\vec{r}(\ell))}{d\ell} = \frac{D(\vec{r}(\ell))}{|\vec{V}(\vec{r}(\ell))|} \quad (50)$$

Somit ist die Änderung von Σ_H in diesem Fall nur von den lokalen Größen D und $|\vec{V}|$ entlang der Charakteristiken abhängig.

Zusätzliche Kriterien sind solche, von denen zwar nicht die technische Durchführbarkeit der Charakteristikenmethode abhängt, die aber erfüllt sein sollten, um ihre Anwendung auf ein Ereignis physikalisch als sinnvoll erscheinen zu lassen, es in einen größeren Kontext einzuordnen, oder um das Vorhandensein von Zusatzinformationen zu sichern:

- Das Ereignis sollte sich durch klar definierte Merkmale vom üblichen Tagesgang von \vec{E} und \vec{B}_G abheben oder zur Untersuchung spezifischer Elemente dieses Tagesganges dienen.
- Die Untersuchung eines Ereignisses sollte entweder durch eine verbesserte Analyse bereits in der Literatur analysierter Ereignisse bzw. Ereignistypen oder dadurch, daß es sich um einen noch nicht untersuchten Ereignistyp oder ein vorher noch nicht verwendetes Untersuchungsgebiet handelt, begründet sein.
- Es ist günstig, wenn neben den erwähnten Eingabemeßdaten weitere Daten, wie z.B. optische Messungen durch all sky cameras oder Photometer, Riometermessungen oder Satellitenmessungen auf konjugierten Feldlinien vorliegen. Zum einen können solche Daten dazu dienen, das Ereignis in einen größeren Kontext des Magnetosphären-Ionosphären-Systems zu stellen, zum anderen können sie, wie in der Einleitung erwähnt, für eine detailliertere Abschätzung der Eingabeverteilung für α genutzt werden.

Schon die zwingenden Kriterien allein bewirken eine wesentliche Beschränkung der möglichen Eingabedatensätze gegenüber der Menge aller existierenden. Die verbleibende Datensatzmenge wird durch die zusätzlichen Kriterien nochmals eingegrenzt. Diese Begrenzungen machen sich besonders bemerkbar, wenn - wie im vorliegenden Falle - die Eingabedatensätze nicht aus kontinuierlichen Registrierungen, sondern aus einer festen, limitierten Anzahl solcher Sätze ausgewählt werden müssen. Weiterhin macht sich bei der Auswahl von Ereignissen negativ bemerkbar, daß bei der Planung von Radaranlagen und Magnetometern offensichtlich die gegenseitige Überlappung ihrer Meßgebiete nicht die höchste Priorität genoß, so daß auch im Falle optimaler Datenüberdeckung der Einzelgeräte größere Teile dieser Daten für eine kombinierte Analyse nicht verwendet werden können (vgl. Abschnitt 5.2). Gleichwohl konnten mehrere Ereignisse gefunden werden, für die alle zwingenden und zumindest eines der zusätzlichen Kriterien erfüllt sind. Diese werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

Es sollte betont werden, daß die Strenge der Kriterien für die Eingabedatensätze nicht originär durch die spezielle Wahl der Analysemethode, also hier der Charakteristiken-

methode, sondern durch das Bestreben, die erzielten Resultate soweit als möglich aus den Daten selbst ohne zusätzliche Annahmen oder Modellierungen zu gewinnen, bedingt ist. Die Anwendung der Charakteristikenmethode ist nur Ausdruck dieses Bestrebens.

5.2 Beschreibung der Meßgeräte

5.2.1 Kohärente Radaranlagen: STARE und SuperDARN

Elektrische Felder in der Ionosphäre erzeugen instabile Wellen der Elektronendichte, sogenannte Irregularitäten, welche senkrecht zum elektrischen Feld und zum Hauptmagnetfeld der Erde in der Ionosphäre driften. Ihre Driftgeschwindigkeit \vec{v}_D steht in Beziehung zur Driftgeschwindigkeit der Elektronen \vec{v}_e , welche wiederum mit dem elektrischen Feld \vec{E} über die Relation $\vec{E} = -\vec{v}_e \times \vec{B}$ verknüpft ist. Das Prinzip kohärenter Radaranlagen besteht darin, \vec{v}_D durch die entstehende Doppler-Verschiebung bei der Reflexion von Radarwellen an den Irregularitäten fast gleichzeitig auf einem großen Ionosphärengebiet zu bestimmen und so mittels der obigen Relationen \vec{E} auf diesem Gebiet zu ermitteln (z.B. Nielsen, 1982). Da eine einzelne Radaranlagen nur die Komponente einer Vektorgröße in von der Station aus gesehen radialer Richtung messen kann („line-of-sight“ oder LOS-Komponente), werden zur Bestimmung der vollen Vektoren jeweils zwei Anlagen so kombiniert, daß ihre Meßgebiete sich überlappen und im Überlappungsgebiet die Radarstrahlen der beiden Anlagen etwa senkrecht aufeinander stehen.

Da zur Interpretation von Radarmessungen das Verständnis einiger Details der Funktionsweise von Radaranlagen erforderlich ist, sollen hier einige ausgewählte dieser Einzelheiten diskutiert werden (eine gute allgemeine Einführung gibt z.B. Haldoupis, 1989). Zugleich werden während dieser Diskussion einige der Unterschiede zwischen den STARE und SuperDARN-Systemen aufgezeigt:

- Geometrische Reflexionsbedingung, E- und F-Schicht - Radaranlagen:

Entsprechend der Bragg-Bedingung werden Radarwellen mit Wellenvektor \vec{k}_R an Irregularitäten rückgestreut, deren Wellenvektor $\vec{k} = \pm 2\vec{k}_R$ erfüllt. Die Reflexion der Radarwellen an den Irregularitäten ist also frequenzabhängig und maximal, wenn der Radarstrahl die Irregularitäten in ihrer Driftrichtung (oder der Gegenrichtung) und somit senkrecht auf \vec{B} trifft. Der Winkel zwischen dem Radarstrahl in der Ionosphäre und \vec{B} wird auch „aspect angle“ genannt. Mit von 90° abweichendem „aspect angle“ nimmt die

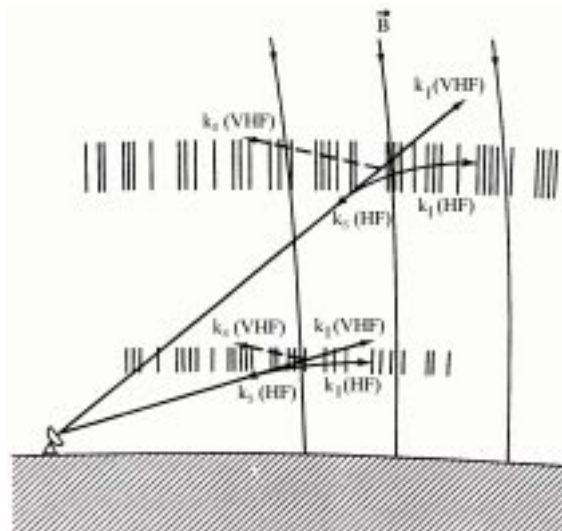


Abb. 33 Schematische Skizze einiger Radarstrahlen für VHF- und HF-Radaranlagen: HF-Anlagen nutzen die Refraktion in der Ionosphäre, um sowohl in der E- als auch in der F-Schicht einen aspect angle von 90° zu erreichen (k_1 : refrakterter Strahl; k_2 : rückgestreuter Strahl; aus Greenwald *et al.*, 1995, modifiziert).

Reflexionsstärke schnell ab (z.B. Haldoupis, 1989). Für die traditionell im VHF (30-300 MHz) und UHF (300-3000 MHz) arbeitenden kohärenten Radaranlagen wie STARE (ca. 140 MHz) ist die Refraktion der Strahlen in der Ionosphäre gering. Aus geometrischen Gründen können sie daher für Messungen in hohen Breiten die Reflexionsbedingung nicht oberhalb der E-Schicht erfüllen und somit als E-Schicht-Radaranlagen bezeichnet werden. Die SuperDARN-Anlagen arbeiten dagegen in HF-Bereich (3-30 MHz) und nutzen die in diesem Frequenzbereich stärker in Erscheinung tretende Refraktion in der Ionosphäre, um die Reflexionsbedingung sowohl in der E-Schicht als auch in der F-Schicht erfüllen zu können (vgl. Abb. 33 und Greenwald *et al.*, 1995). Da im Normalfall die Elektronendichte in der F-Schicht erheblich höher ist als in der E-Schicht, empfangen HF-Radaranlagen Rückstreuung hauptsächlich aus ersterer Schicht und können somit F-Schicht-Radaranlagen genannt werden.

Die erwähnten geometrischen Eigenschaften führen auch dazu, daß ein F-Schicht-Radar die Reflexionsbedingung über einen erheblich größeren Meßbereich als ein E-Schicht-Radar hinreichend gut erfüllen kann. Die größte Entfernung („range“) von der Station, aus der noch auswertbare Rückstreuung registriert wird, liegt im Falle von STARE bei ca. 1000 km, bei SuperDARN dagegen über 3000 km (vgl. die Meßgebiete in Abb. 36 und Abb. 37). Zwei Nachteile ergeben sich jedoch aus denselben Eigenschaften: Erstens ist der Ausbreitungsweg der HF-Radarwellen gegenüber den VHF-Wellen gerade

in der dynamischen polaren Ionosphäre wesentlich stärker von den jeweils gegebenen Verteilungen der Elektronendichte abhängig. Für eine Auswertung der HF-Messungen ist es somit essentiell, diesen Weg gut rekonstruieren zu können (Milan *et al.*, 1997). Zweitens kann besonders bei mit hohen Elektronendichten verbundenen Ereignissen wie Teilstürmen diese Dichte bereits in der D- oder E-Schicht so groß sein, daß einige der Radarstrahlen zum Boden refraktiert werden und möglicherweise mehrfach zwischen diesem und der Ionosphäre hin und her laufen, bis sie schließlich zurückgestreut werden und so die Meßdaten kontaminieren (R. Greenwald, persönliche Mitteilung). Dieser Effekt kann bis zu einem gewissen Grad durch Anpassung der Radarfrequenz an die gegebene Situation vermindert werden.

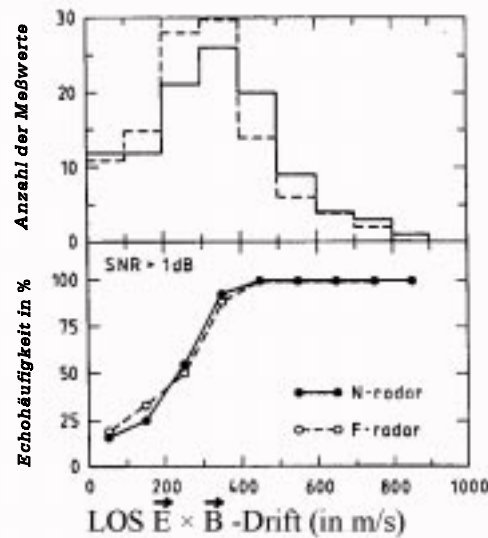


Abb. 34 Abhängigkeit des Empfangs von Rückstreuung eines Signal-zu-Noise-Verhältnisses größer als 1 dB von der LOS-Komponente der Irregularitäten-Driftgeschwindigkeit (unten); Histogramm der im verwendeten Datensatz aufgetretenen LOS-Geschwindigkeiten (oben); gestrichelt: finnisches Radar, durchgezogen: norwegisches Radar (aus Haldoupis *et al.*, 1990, modifiziert).

- Minimales meßbares elektrisches Feld:

Neben den oben erwähnten geometrischen Bedingungen gilt für E-Schicht-Radaranlagen eine weitere wichtige Begrenzung hinsichtlich der erzielten Rückstreuung: Das elektrische Feld muß einen Schwellenwert überschreiten, damit die Irregularitäten ausgelöst und damit Radarrückstreuung empfangen werden kann. Durch Vergleich von STARE-Messungen mit solchen des inkohärenten Radars EISCAT (Folkestad *et al.*, 1983) auf demselben Gebiet konnten Haldoupis *et al.* (1990) die Abhängigkeit der von STARE empfangenen Rückstreuung als Funktion der LOS-Driftgeschwindigkeit (und folglich der LOS-Komponente von \vec{E}) ermitteln (Abb. 34). Wie die Abbildung zeigt, kann oberhalb einer LOS-Geschwindigkeit von etwa 360 m/s entsprechend einer LOS- \vec{E} -Komponente von ca. 18 mV/m fast immer Rückstreuung mit einem Signal-zu-Noise-Verhältnis von mindestens 1 dB empfangen werden (allerdings reicht dieses von Haldoupis *et al.*, 1990, gewählte Rauschverhältnis nicht immer aus, um zuverlässige Geschwindigkeiten zu ermitteln). Damit wurden bereits früher berichtete Schwellenwerte von 15-20 mV/m

bestätigt (z.B. Cahill *et al.*, 1978), obgleich der Übergang zwischen vorhandenem und nicht vorhandenem Echo nicht so scharf ist, wie er für einen echten Schwellenwert zu erwarten wäre. Da das Häufigkeitsmaximum der auftretenden LOS-Geschwindigkeit in dem von Haldoupis *et al.* (1990) verwendeten Datensatz zwischen 200 und 500 mV/m liegt, kann also ein nicht unwesentlicher Teil der auftretenden elektrischen Felder mit E-Region-Radaranlagen nicht gemessen werden. Besonders unangenehm macht sich der Schwellenwert bemerkbar, wenn eine der LOS-Komponenten das Vorzeichen wechselt und folglich einen Nulldurchgang aufweist.

Aufgrund der unterschiedlichen Natur der Irregularitäten in der F-Schicht (s.u.) gibt es dort keinen solchen Schwellenwert für die Anregung der Irregularitäten (Milan *et al.*, 1997). Dies bedeutet jedoch nicht, daß ein F-Schicht-Radar immer Rückstreuung empfangen würde: Neben dem oben erwähnten Problem der Bodenwellen bei hoher Elektronendichte wird auch bei zu geringer Elektronendichte durch mangelnde ionosphärische Refraktion die geometrische Reflexionsbedingung nicht erreicht. Eine Statistik der von SuperDARN empfangenen Rückstreuung geben Milan *et al.* (1997).

- Pulskodierungen und räumliche, zeitliche sowie spektrale Auflösung der Radardaten:

Die kleinste Einheit eines Radarsignals ist ein sogenannter Puls, der vereinfacht als eine rechteckförmige ‚aus-ein-aus‘-Sequenz gedacht werden kann, und dessen ‚ein‘-Phase üblicherweise bei STARE 100 μs , bei SuperDARN 300 μs beträgt. Mehrere solcher Pulse werden zu einem Pulscode zusammengesetzt, wobei mehrere ‚ein‘-Phasen durch eine oder mehrere ‚aus‘-Phasen, deren Längen ganzzahlige Vielfache der Pulslänge der ‚ein‘-Phase sind, getrennt werden. Nach der Aussendung eines Pulscode geht das Radar in eine je nach speziellem System unterschiedlich lange reine Empfangsphase, bevor dann der nächste Pulscode ausgesendet wird. Dieser Prozeß wird bis zum Ablauf der gewählten Integrationszeit (bei STARE typischerweise 20 s, bei SuperDARN 2 *min*) wiederholt und die empfangene Rückstreuung jedes Zyklus aufaddiert. Aus diesem aufaddierten Rückstreusignal kann schließlich das Dopplerspektrum für verschiedene Entfernungsbereiche („gates“) von der Radaranlage extrahiert werden, indem die Autokorrelationsfunktion $\langle z(t) \overline{z(t')} \rangle$ des komplexen Empfangssignals $z(t)$ bei Verschiebungen $\tau = t' - t$ („lags“), die Vielfachen der Pulslänge entsprechen, gebildet wird. Dazu muß der Pulscode so konstruiert worden sein, daß für eine bestimmte Verzögerung in Abhängigkeit von t nur die Rückstreuung aus genau einem Entfernungsbereich beiträgt und die Beiträge aller anderen Entfernungsbereiche im Mittel bei der Aufintegration verschwinden.

Eine detaillierte Einführung in das recht komplexe Gebiet der Pulscode übersteigt

den Rahmen dieser Arbeit und wird z.B. von Lehtinen und Huuskonen (1996) gegeben (die dortige Theorie wurde für inkohärente Radaranlagen entwickelt, ist aber direkt auf kohärente übertragbar). In unserem Zusammenhang sind folgende Aspekte wichtig: 1) Je kürzer der Einzelpuls, desto größer ist die räumliche Auflösung (desto kleiner also sind die „gates“), umso weniger Rückstreuung wird aber auch von einem einzelnen gate empfangen. 2) Je komplexer der Pulscode, desto größer ist die Auflösung des Dopplerspektrums für jedes Gate. Gleichzeitig steigt mit dessen Komplexität aber auch seine Länge, wodurch entsprechend länger integriert werden muß, um die benötigte Gesamtrückstreuung zu erreichen und folglich die zeitliche Auflösung sinkt. Die Wahl des Pulscodes bedeutet also zusammen mit der Bedingung einer ausreichenden aufintegrierten Rückstreuung eine Wahl zwischen räumlicher, zeitlicher und spektraler Auflösung.

Bei STARE wurde diese Wahl ganz zu Lasten der spektralen Auflösung vorgenommen: Die kurze Pulslänge von $100\ \mu\text{s}$ und die Verwendung eines Zweipulscodes sichern die hohe raumzeitliche Auflösung von $20\ \text{km}$ gate-Länge und $20\ \text{s}$, jedoch wird zur Bestimmung der mittleren Dopplergeschwindigkeit jedes gates die Autokorrelationsfunktion nur durch zwei Punkte bestimmt, also durch eine Gerade angenähert. Dieses Verfahren kann in dem (allerdings seltenen) Fall zu Problemen führen, daß das Dopplerspektrum tatsächlich einen komplizierten Verlauf mit mehreren Gipfeln vergleichbarer Größe aufweist, was bei gleichzeitigem Vorhandensein verschiedener der empirisch kategorisierten Radar-Echotypen vorkommen kann (Greenwald *et al.*, 1978; Haldoupis, 1989; die verschiedenen Echotypen werden später in diesem Abschnitt kurz und ausführlich z.B. bei Fejer und Kelley, 1980, diskutiert).

Für SuperDARN wurde mit der Wahl einer Pulslänge von $300\ \mu\text{s}$ und changierenden 5-7-Pulscodes eine ausgewogenere Mischung der Auflösungen mit $100\ \text{km}$ gate-Länge, $2\ \text{min}$ Integrationszeit und guter spektraler Auflösung erzielt. Ab voraussichtlich Winter 1997 wird auch das STARE-Radar in technisch erneuerter Form unter Verwendung eines Multipulscodes wieder in Betrieb gehen.

Ein weiteres technisches Merkmal der Radaranlagen, das bei der Auswertung ihrer Daten berücksichtigt werden muß, ist die Art und Weise, wie das Radar Daten der verschiedenen azimuthalen Bereiche mißt: Während STARE die Rückstreuung innerhalb seines Meßwinkelbereiches von 26° gleichzeitig messen kann, verwendet SuperDARN eine Technik, bei der die Meßrichtung innerhalb der Integrationszeit in der Art eines Scheibenwischers über den 52° umfassenden Winkelbereich gefahren wird, und somit Meßwerte in unterschiedlichen Winkelbereichen zu unterschiedlichen Zeiten gemessen werden (Greenwald *et al.*, 1995). Insbesondere sind beim Zusammenfügen der Daten

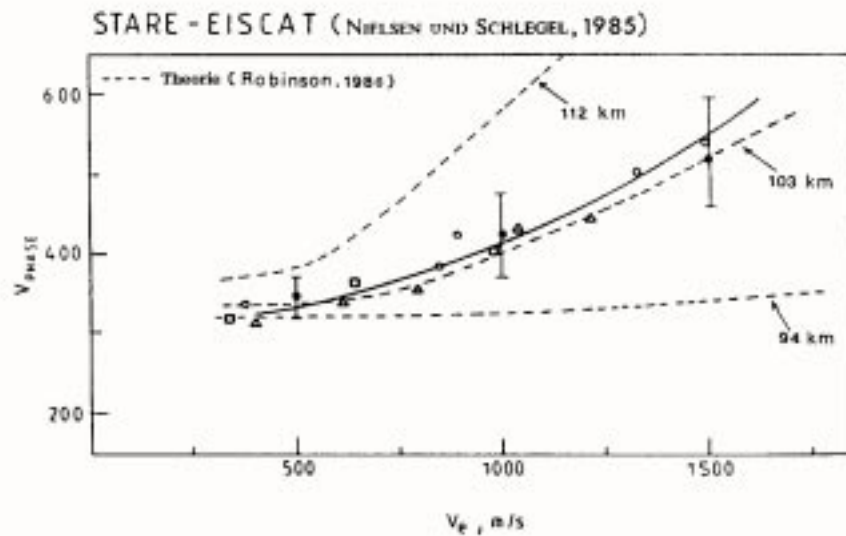


Abb. 35 Verhältnis der Irregularitäten- und der Elektronen-Driftgeschwindigkeiten in der E-Schicht; durchgezogene Linie: Experimentelle Resultate von Nielsen und Schlegel (1985); gestrichelte Linien: Theoretische Vorhersage von Robinson (1986) für verschiedene Höhen (aus Haldoupis, 1989, modifiziert).

zweier Einzelstationen zu einem Vektor i.a. auch die Komponenten des Vektors zu unterschiedlichen Zeiten bestimmt worden. Dieser Effekt führt neben einer zeitlichen auch zu einer räumlichen Mittelung über das Integrationsintervall, so daß sich bewegende ionosphärische Strukturen, deren Geschwindigkeit $100 \text{ km} / 2 \text{ min} \approx 0,8 \text{ km/s}$ nahekommt oder überschreitet, nicht mehr ausreichend aufgelöst werden können.

- Beziehung zwischen Irregularitäten- und Elektronendriftgeschwindigkeit:

Bis heute existiert keine Theorie der ionosphärischen Irregularitäten, die die Meßdaten vollständig reproduzieren kann (vgl. z.B. Dimant und Sudan, 1995). Daher muß die Beziehung zwischen \vec{v}_D und \vec{v}_e entweder näherungsweise theoretischen Überlegungen entnommen oder auf empirische Weise bestimmt werden. In der Anfangszeit der Entwicklung kohärenter Radaranlagen wurde $\vec{v}_D = \vec{v}_e$ angenommen (z.B. Nielsen, 1982). Spätere Vergleiche von EISCAT- und STARE-Meßdaten aus denselben Meßintervallen (Nielsen und Schlegel, 1985) sowie verfeinerte Theorien (z.B. Robinson, 1986) zeigten jedoch, daß die Beziehung zwischen den beiden Größen nichtlinear ist und bei ihrer Gleichsetzung \vec{v}_e (und folglich \vec{E}) insbesondere für große Werte von \vec{v}_D unterschätzt wird (Abb. 35).

Die Werte in Abb. 35 sind für die E-Schicht gültig, in der die Irregularitäten hauptsächlich von der Zweistrom- oder Farley-Buneman-Instabilität erzeugt werden (Buneman, 1963; Farley, 1963), welche ab dem oben erwähnten und auch in Abb. 35 sichtbaren

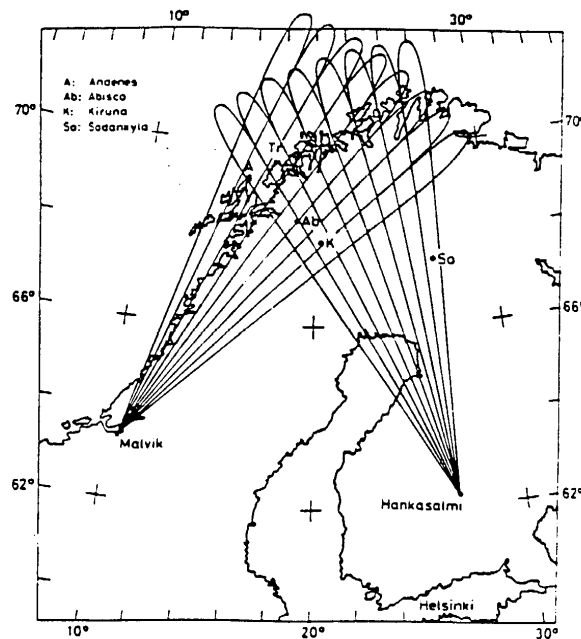


Abb. 36 Meßgebiet des STARE-Radars über Nordskandinavien mit schematischer Darstellung von acht überlappenden Radarstrahlen (aus Greenwald *et al.*, 1978).

Schwellenwert durch die Relativbewegung der an das Neutralgas gebundenen Ionen und der durch die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift bewegten Elektronen erzeugt wird. Diese Instabilität erzeugt Doppler-Spektren mit einer einzelnen, scharfen Spitze, die auch als „Typ 1-Echos“ klassifiziert werden (Fejer und Kelley, 1980; Haldoupis, 1989). Da in der F-Schicht sowohl Elektronen als auch Ionen die $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift ausführen, tritt dort die Zweistrominstabilität nicht auf. Stattdessen dominiert die auch in der E-Schicht als Sekundärprozeß vorhandene Gradient-Drift-Instabilität (z.B. Ossakow und Chaturvedi, 1979), welche keinen Schwellenwert zu ihrer Anregung besitzt und in den Doppler-Spektren als spektral breiteres „Typ 2-Echo“ in Erscheinung tritt (Haldoupis, 1989). Für sie gilt $\vec{v}_D = \vec{v}_e$ (Milan *et al.*, 1997).

Trotz der aufgeführten und z.B. bei der Ereignisauswahl zu beachtenden Limitationen der kohärenten Radaranlagen zeigen besonders die Vergleiche zwischen STARE und EISCAT (Nielsen und Schlegel, 1985), daß diese Anlagen im wesentlichen korrekte Abschätzungen des ionosphärischen elektrischen Feldes hervorbringen. Ihr Hauptproblem besteht in der öfters bei ansonsten interessanten geophysikalischen Situationen nicht ausreichenden Rückstreuung.

Das STARE-Radar wird als Zusammenarbeit des Max-Planck-Institutes für Aeron-

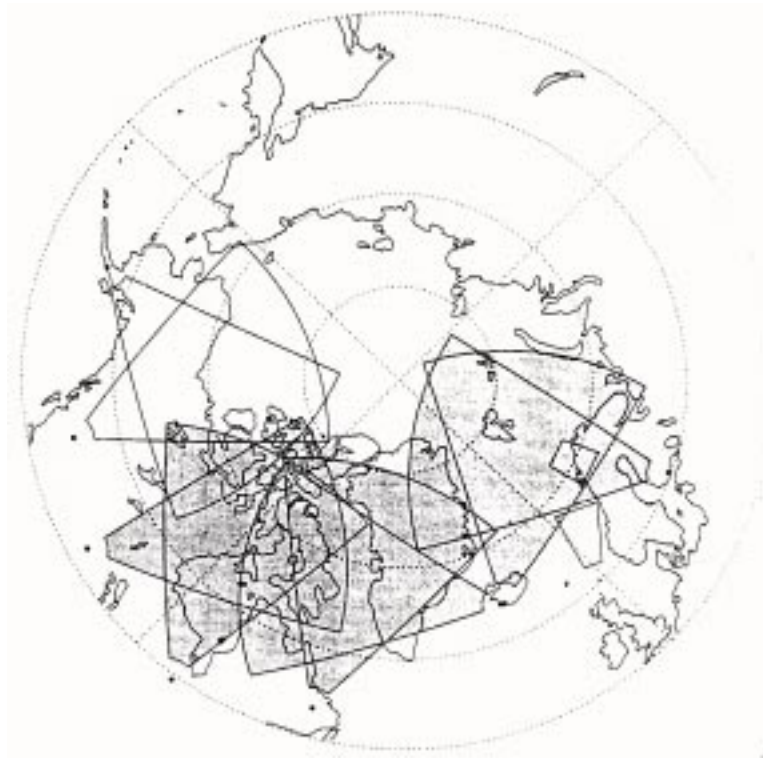


Abb. 37 Meßgebiete der drei existierenden SuperDARN-Radarpaaire in der nördlichen Polarlichtzone (schattiert; das nicht schattierte Paar mit Meßgebiet über Westkanada und Alaska befindet sich in Planung; kleines Quadrat über Nordskandinavien: STARE-Meßgebiet).

mie (Katlenburg-Lindau) und des Finnischen Meteorologischen Institutes (Helsinki) betrieben. Sein Meßgebiet ist in Abb. 36 dargestellt. Der Betrieb der SuperDARN-Radar kette (Abb. 37) erfolgt unter der Zusammenarbeit mehrerer Institutionen unter Federfüh rung der University of Saskatchewan (Saskatoon/ Kanada), der John Hopkins University (Laurel/ USA), des Centre National de la Recherche Scientifique (Orleans/ Frankreich) und der University of Leicester (Leicester/ Großbritannien).

5.2.2 Magnetometerketten und -arrays

Bei der Beschreibung der in dieser Arbeit benutzten Magnetometerketten und -arrays beschränken wir uns in der Hauptsache auf die Darstellung der Verteilung der jeweiligen Magnetometerstationen, da vom speziell verwendeten Magnetometertyp keine wesentli chen Implikationen für die Datenauswertung folgen. Mit Ausnahme des Scandinavian Magnetometer Array (s.u.) werden i.a. Variationen des dreikomponentigen Fluxgate-Magnetometers, dessen Prinzip z.B. in Kertz (1969) beschrieben ist, mit digitaler Daten-



Abb. 38 Stationen des Scandinavian Magnetometer Array (SMA) sowie einiger Einzelstationen; durchgezogen: geographisches Koordinatensystem (aus Küppers *et al.*, 1979).



Abb. 39 Stationen der IMAGE-Magnetometerkette; gestrichelt: geographische Koordinaten.

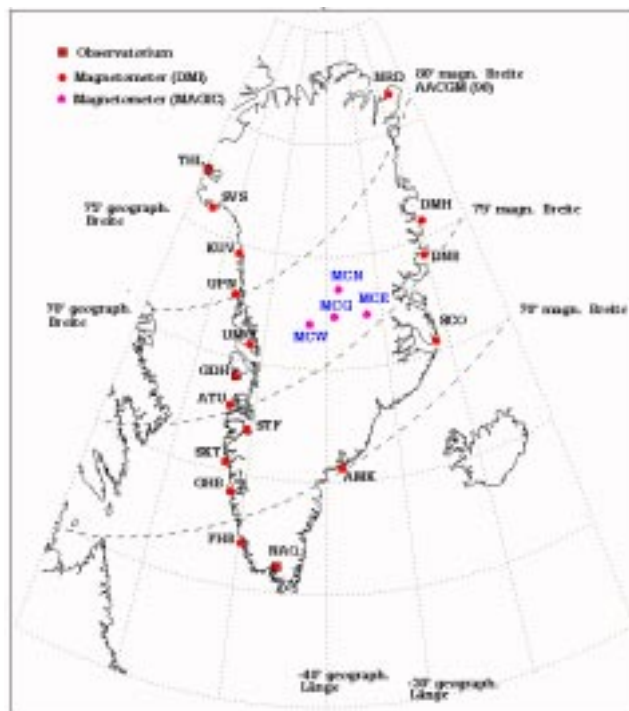


Abb. 40 Stationen der Grönland-Magnetometerketten sowie einige Observatorien; auf dem grönländischen Festland zusätzlich die MAGIC-Stationen; gepunktet: geographische, gestrichelt: geomagnetische Koordinaten.

aufzeichnung verwendet.

Das Scandinavian Magnetometer Array (SMA; Küppers *et al.*, 1979) wurde von der Universität Münster in Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Braunschweig während der International Magnetospheric Study (IMS) von 1977-1979 in Nordskandinavien betrieben (s. Abb. 38). Während es sich bei den sechs Magnetometer der Kette KUU bis SKA um digitale Fluxgate-Magnetometer handelt, ist die Bauart der von der Universität Münster betriebenen Magnetometer (in Abb. 38 mit einem Kreis gekennzeichnet) eine modifizierte Form des klassischen Gough-Reitzel-Typs (Küppers und Post, 1981). Bei ihnen werden die magnetischen Variationen mittels Lichtstrahlen, die von an den Sensormagneten befestigten Spiegeln abgelenkt werden, auf handelsüblichen Kleinbildfilmen festgehalten und liegen also in analoger Form vor. Die zur weiteren Verarbeitung notwendige Digitalisierung der Daten ist recht mühselig, weshalb nur eine begrenzte Zahl von bislang 66 Ereignissen digital vorliegen.

Die International Monitor for Auroral Geomagnetic Effects (IMAGE)-Magnetometerkette (Viljanen und Häkkinen, 1996) wird vom Finnischen Meteorologischen Institut (Helsinki) und der Technischen Universität Braunschweig in Zusammenarbeit mit mehreren anderen Einrichtungen betrieben. Wie Abb. 39 zeigt, hat sie sich im Breiten-

bereich zwischen etwa 67° und 70° durch kontinuierliches Hinzufügen weiterer Stationen in den letzten Jahren zu einem Array erweitert. Neben den Stationen in Nordskandinavien schließt die Magnetometerkette mehrere Stationen auf Spitzbergen und weiteren Inseln im Nordmeer ein.

Abb. 40 zeigt die Stationen der Grönland-Magnetometerketten (z.B. Stauning, 1995), welche an der Ost- und Westküste der Insel aufgereiht sind. An der dichter mit Stationen belegten Westküste bestehen zusätzlich drei magnetische Observatorien. Obgleich von der geographischen Breite her mit den nördlichen IMAGE-Magnetometern vergleichbar, liegen die grönländischen Stationen geomagnetisch erheblich weiter nördlich, wie die gestrichelt gezeichneten geomagnetischen Koordinaten im Altitude Adjusted Corrected Geomagnetic Coordinates (AACGM)-System, das am Boden mit dem Corrected Geomagnetic Coordinates (CGM)-System (Gustaffson *et al.*, 1992) identisch ist, andeuten.

5.3 Ereignisse mit SMA- und STARE-Daten

5.3.1 Harang-Diskontinuität am 27. Oktober 1977

5.3.1.1 Datenanalyse und Vergleich mit früherer Arbeit

Dieses Ereignis wurde ausgewählt, weil es sowohl von besonderem methodischem als auch von inhaltlichem Interesse ist: Das methodische Interesse resultiert daraus, daß dasselbe Ereignis bereits von Lampen (1985) mit Hilfe der in Abschnitt 1.2 beschriebenen ‚trial and error‘-Methode bearbeitet wurde, so daß neben der allgemeinen Untersuchung der Anwendbarkeit der Charakteristikenmethode auf reale Meßdaten entsprechend Fragestellung 3 der Einleitung zudem ihre Resultate mit denen der früheren Studie verglichen werden können. Das inhaltliche Interesse rührt daher, daß wir versuchen werden, mit den Ergebnissen dieser Bearbeitung auf einige offene Fragen hinsichtlich der Physik der Harang-Diskontinuität (HD) einzugehen, die in einem Review von Koskinen und Pulkkinen (1995) nach Zusammenfassung der bisherigen Erkenntnisse über die Diskontinuität gestellt wurden. Dieser Teil unserer Untersuchung berührt also die Fragestellung 4 der Einleitung.

Die Harang-Diskontinuität ist am 27. Oktober 1977 etwa zwischen 17:00 UT und 19:30 UT in den Magnetfelddaten des SMA sichtbar. Die für diesen Tag verfügbaren Magnetogramme deuten darauf hin, daß das Ereignis während der Expansionsphase eines Teilsturms stattfindet, so daß im Mittel eine südwärtsige Bewegung der HD zu erwarten ist. Der Kp-Index beträgt 5 für das Intervall von 15-18 UT, gefolgt von 7₋ für den Zeitraum von 18-24 UT. Es liegen keine optischen Daten vor.

Lampen (1985) subsumierte die bodenmagnetischen und ionosphärischen elektrischen Meßdaten des Intervalls 16:50 UT - 18:10 UT in einem zusammengesetzten Vektorplot (vgl. Abschnitt 1.3), auf den er dann die ‚trial and error‘-Methode anwendete. Wie in Abschnitt 1.3 erwähnt, liegen die Hauptnachteile dieser Technik in der notwendigen Annahme der Stationarität der Struktur über das obige Zeitintervall und in den Unsicherheiten bei der Bestimmung der Geschwindigkeit der Struktur als Funktion der Zeit. Die wichtigste andere Studie über die flächenhafte Verteilung der elektrodynamischen Parameter an der Harang-Diskontinuität von Kunkel *et al.* (1986) (später verfeinert von Inhester *et al.*, 1992 und Amm, 1995) benutzt dieselbe Technik. Deshalb hoben Koskinen und Pulkkinen (1995) unter Hinweis auf ihre Beobachtung, daß die HD sich innerhalb weniger Minuten um mehrere Breitengrade verschieben kann, die Notwendigkeit der Verwendung instantaner Meßverteilungen wie in unsere Studie verwendet

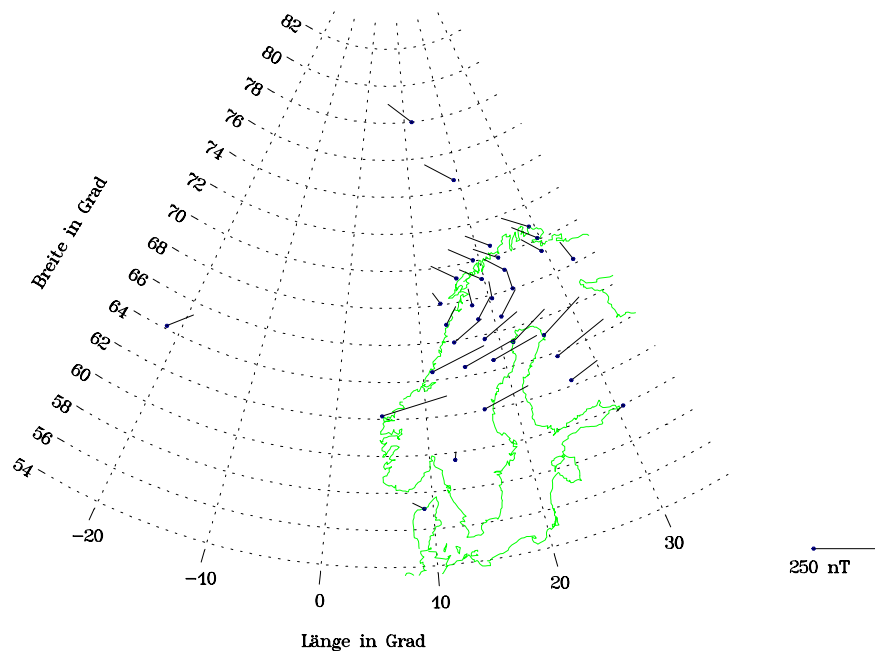


Abb. 41 Um 90° im Uhrzeigersinn rotierte Vektoren der Magnetfeldstörung am Boden, gemessen vom SMA (sowie einigen Einzelobservatorien) am 27. Oktober 1977 um 17:39 UT; hier wie im folgenden bezeichnet das gestrichelte Koordinatensystem geographische Koordinaten.

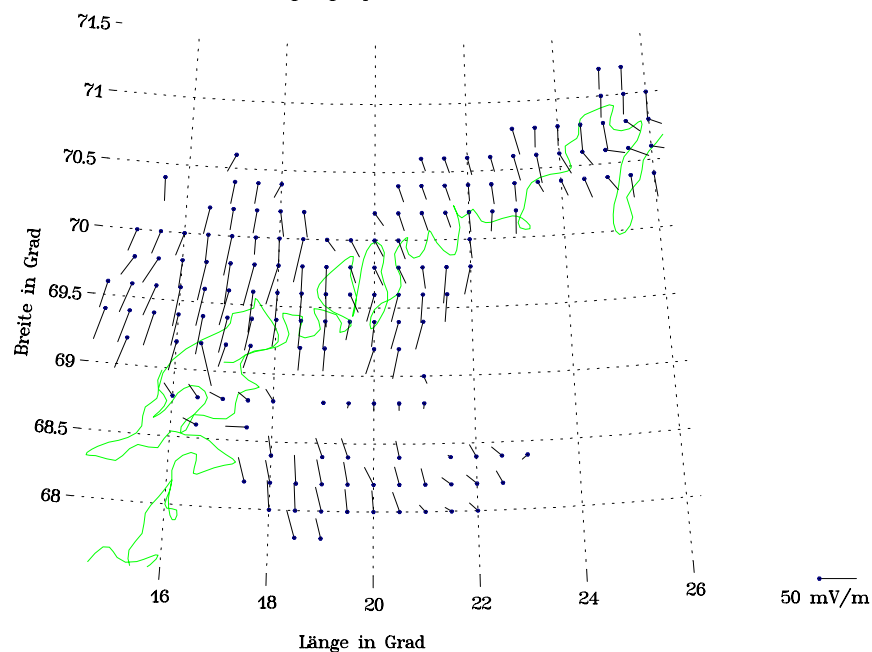


Abb. 42 STARE-Daten des ionosphärischen elektrischen Feldes am 27. Oktober 1977, 17:39 UT, mit der skandinavischen Küstenlinie.

hervor.

Als Zeitpunkt für eine solche Untersuchung wählen wir 17:39 UT. Zu diesem Zeit-

punkt befindet sich die HD unmittelbar über dem dichtesten Teil des SMA, und zugleich empfängt STARE gute Rückstreuung. Abb. 41 zeigt die SMA-Daten als um 90° im Uhrzeigersinn gedrehte Vektoren der Magnetfeldstörung am Boden, so daß diese Vektoren bis auf einen Faktor $2/\mu_0$ im wesentlichen mit den äquivalenten Strömen am Erdboden identisch sind (vgl. die Diskussion in Abschnitt 2.3). Zwischen etwa 62° und 66° Breite (hier und im folgenden meint ‚Breite‘ immer ‚nördliche Breite‘ und ‚Länge‘ ‚östliche Länge‘) ist ein ostwärtiger Elektrojet über Skandinavien sichtbar, dessen Nordkomponente nach Norden hin zunimmt. Sein Intensitätsmaximum erreicht der Ostjet mit 250 nT bei 64° Breite. Nördlich dieses Jets drehen die Vektoren auf rein nördliche Richtung und zeigen so die Position der magnetischen Harang-Diskontinuität nahe $67,8^\circ$ Breite an. Die Magnetfeldstörung am Boden beträgt hier etwa 70 nT . Weiter im Norden wird ein westwärtiger Elektrojet mit starker Nordabweichung beobachtet, der am Boden mit bis zu 100 nT eine etwas stärkere Magnetfeldstörung als unterhalb der HD, aber deutlich geringere als der Ostjet verursacht.

Die STARE-Daten des ionosphärischen elektrischen Feldes sind in Abb. 42 dargestellt. Um mögliche fehlerhafte Vektoren auszuschließen, werden in Abb. 42 und für unsere weitere Auswertung nur solche mit einem Signal-zu-Rauschverhältnis von mindestens 6 dB für beide LOS-Komponenten berücksichtigt. Das Radar empfängt im Breitenbereich zwischen $67,6^\circ$ und ca. 71° ausreichende Rückstreuung. Die elektrische HD kann recht genau bei $68,6^\circ$ Breite lokalisiert werden, wo einige fast genau westwärts zeigende Vektoren mit einer Stärke von etwa 25 mV/m zu erkennen sind. Die Vektoren südlich der HD zeigen mit leichter Westablenkung nach Norden und haben eine Amplitude um 30 mV/m , wohingegen die Vektorpopulation nördlich der HD zwischen 69° und 70° Breite eine Amplitude von bis zu 50 mV/m erreicht und hauptsächlich südwärts zeigt. Die meisten dieser Vektoren zeigen kleine Westabweichungen, östlich von 19° Länge sind jedoch auch einige nach Osten abgelenkte Vektoren sichtbar.

Das Gitter für unsere Auswertung umfaßt den Breitenbereich zwischen 65° und 71° bei einem Breitenschritt von $0,5^\circ$ und den Längenbereich von 15° bis 24° bei einer Schrittweite von 1° . Somit ist eine gewisse Extrapolation des elektrischen Feldes im Bereich des ostwärtigen Elektrojets nach Süden hin erforderlich, wie sie auch von Lampen (1985) vorgenommen wurde. Zu diesem Zweck wurde eine Variante der inverse distance-Methode (vgl. Abschnitt 3.2) verwendet. Diese Extrapolation kann dadurch gerechtfertigt werden, daß das elektrische Feld innerhalb der Region des Ostjets als recht homogen bekannt ist (z.B. Baumjohann *et al.*, 1980; Lühr *et al.*, 1994). Die für unsere Bearbeitung als Eingabe benutzte Verteilung von \vec{E} ist in Abb. 44 gezeigt. Abb. 43 stellt

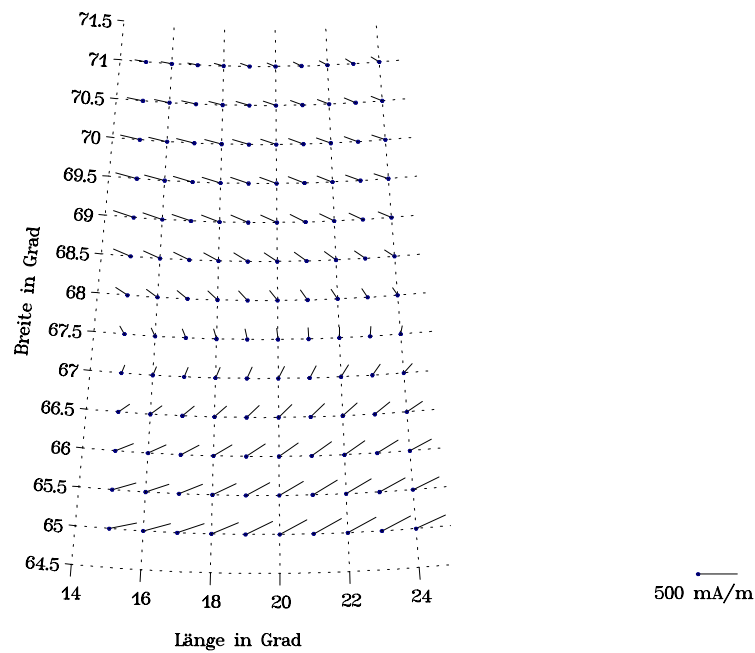


Abb. 43 Ionosphärische äquivalente Ströme, wie sie aus der Abtrennung des externen Anteils der Bodenmagnetfeldstörung, Fortsetzung dieses Anteils zur Ionosphäre und Umrechnung in äquivalente Ströme resultieren.

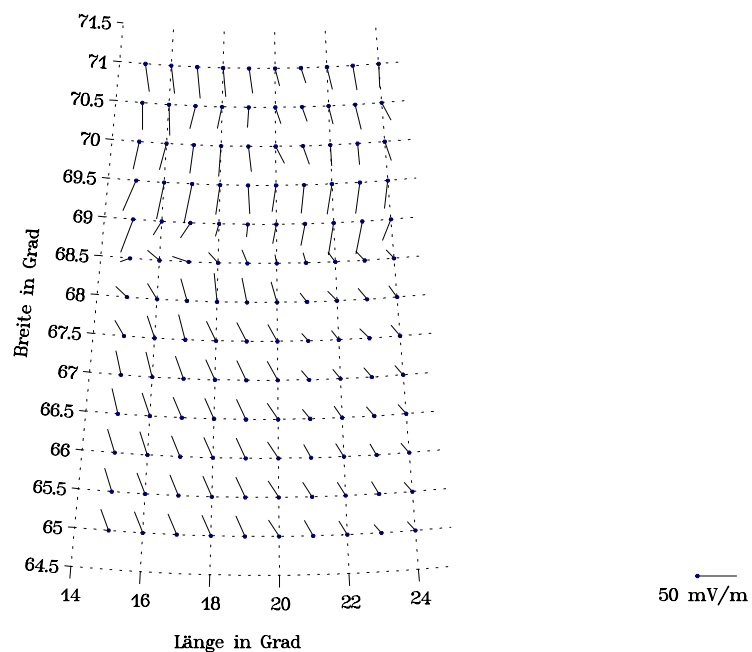


Abb. 44 Auf ein reguläres Gitter interpoliertes ionosphärisches elektrisches Feld.

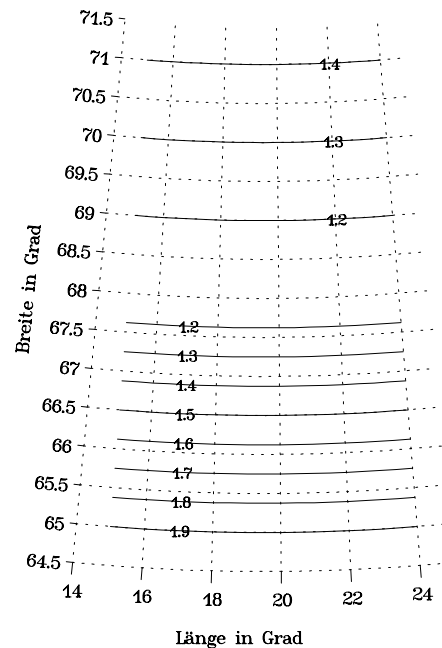


Abb. 45 Modellierter Verteilung des Hall-zu-Pedersen-Leitfähigkeitsverhältnisses (an Resultate von Lampen (1985) und Kunkel *et al.* (1986) angelehnt).

die ionosphärischen äquivalenten Ströme $\vec{J}_{eq, Ion}$ dar, wie sie aus der in Abschnitt 2.3 diskutierten Abtrennung des äußeren Anteils der Magnetfeldstörung, Fortsetzung dieses Teils auf Ionosphärenhöhe und Umrechnung in äquivalente Ströme resultiert. Ein Vergleich mit den um 90° in Uhrzeigerrichtung gedrehten magnetischen Bodenstörvektoren (Abb. 41) zeigt, daß die wesentliche Struktur der Vektoren bei diesen Operationen erhalten wurde. Neben einer allgemeinen Amplitudenverstärkung gibt es jedoch auch kleinere strukturelle Änderungen, wie z.B. im Nordwesten des Untersuchungsgebietes, wo die Nordablenkung der nach Westen zeigenden Vektoren reduziert ist. Eine detailliertere Diskussion der Feldtrennung erfolgt im nächsten Abschnitt. Als letzte Eingabegröße für die Charakteristikenmethode ist die modellierte Verteilung des Hall-zu-Pedersen-Leitfähigkeitsverhältnisses α in Abb. 45 gezeigt. Unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Lampen (1985) und Kunkel *et al.* (1986) wurde ein Minimum dieser Größe von ca. 1,2 zwischen der magnetischen und der elektrischen HD bei $68,2^\circ$ Breite modelliert. Von dort steigt α nach Süden hin auf bis zum Wert 2 in dem Gebiet des Ostjets an. Der langsamere Anstieg nach Norden hin ist mit Rücksicht auf das langsamere Ansteigen von $|\vec{J}_{eq, Ion}|$ in dieser Richtung modelliert worden. Eine Längenvariation wird nicht in die Modellverteilung eingeschlossen.

Diese Verteilung für α ist die einzige modellierte Eingabe für unsere Analyse. Es sei betont, daß keine der folgenden Schlußfolgerungen auf dieser speziellen Modellierung beruhen, sondern wir an ihrer Stelle auch einen uniformen mittleren Wert entsprechend der vorherrschenden magnetischen Aktivität hätten annehmen können (vgl. Amm, 1995). Da jedoch die beiden erwähnten früheren Arbeiten zur HD ähnliche Verteilungen von α mit einem Minimum an und Gradienten senkrecht zur HD bevorzugen, erscheint ihnen folgend eine etwas detailliertere Modellierung gerechtfertigt.

Zwei offensichtliche Unterschiede zu der Arbeit von Lampen (1985) sind bereits in den Eingabeverteilungen der Abb. 43 und Abb. 44 (ebenso wie aus Abb. 41 und Abb. 42) sichtbar: Während die HD in der früheren Arbeit in Nordwest-Südost-Richtung ausgerichtet ist (wie auch in der Studie von Kunkel *et al.*, 1986, und dem statistischen Modell von Heppner und Maynard, 1987), zeigen Abb. 42 und Abb. 44 die HD auf fast konstanter Breite liegend, dabei sogar eine kleine nordwärtige Abweichung an der Ostseite des Untersuchungsgebietes zeigend, welche ihre Lage auch gut mit einer konstanten geomagnetischen Breite vereinbar macht. Unsere Beobachtungen stimmen mit der Auswertung von STARE-Daten durch Koskinen und Pulkkinen (1995, ihre Abb. 4) überein, die eine gute Übereinstimmung der HD mit konstanter geomagnetischer Breite für alle 6 von ihnen untersuchten Ereignissen feststellten. Weiterhin liegt in unseren instantanen Verteilungen die elektrische HD um etwa $0,8^\circ (\pm 0,2^\circ)$ nördlich der magnetischen, wie es mit ähnlichen Werten auch von Kamide und Vickrey (1983) sowie Kunkel *et al.* (1986) berichtet wurde, wogegen beide in den zusammengesetzten Vektorplots von Lampen (1985) fast zusammenfallen (vgl. Untiedt und Baumjohann, 1993, die die Hauptresultate von Lampen, 1985, abbilden).

Die Ausgabeverteilungen der Charakteristikenmethode sind in Abb. 46 bis Abb. 51 gezeigt. Ausgewählte der in Gl. (28) definierten Charakteristiken sind in Abb. 46 dargestellt. Wie in früheren Arbeiten, in denen die Charakteristikenmethode in ebener Geometrie auf die HD angewendet wurde (Inhester *et al.*, 1992; Amm, 1995), bilden die Charakteristiken entlang der elektrischen HD einen Streifen, von dem aus sie sich nach Norden und nach Süden in die Bereiche des West- bzw. Ostjets ausbreiten. Punkte des beeinflussenden Randes (vgl. Abschnitt 2.5) sind durch ausgefüllte Quadrate gekennzeichnet. Wie ersichtlich, macht dieser Teil des Randes nur etwa 25 % des gesamten Randes aus. Die Ausgabeverteilung für Σ_H zeigt Abb. 47. In Gebieten, in denen die Lösung für diese Größe nichteindeutig ist, wurde für die Darstellung in der Abbildung wie für die weitere Auswertung der Mittelwert zwischen der oberen und unteren Abschätzung für Σ_H gewählt (s. Abschnitt 2.5). Solche Gebiete sind im Südwesten und äußersten

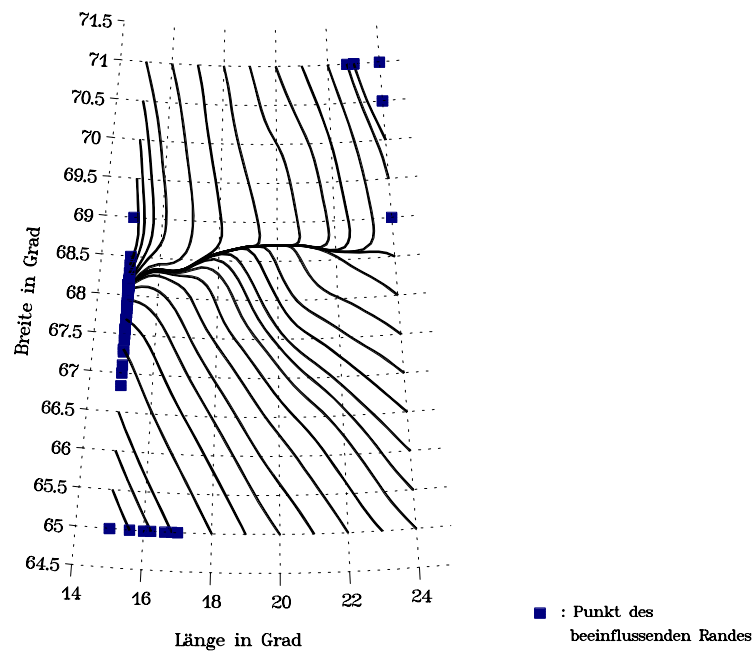


Abb. 46 Charakteristiken; gefüllte Rechtecke bezeichnen Punkte des beeinflussenden Randes.

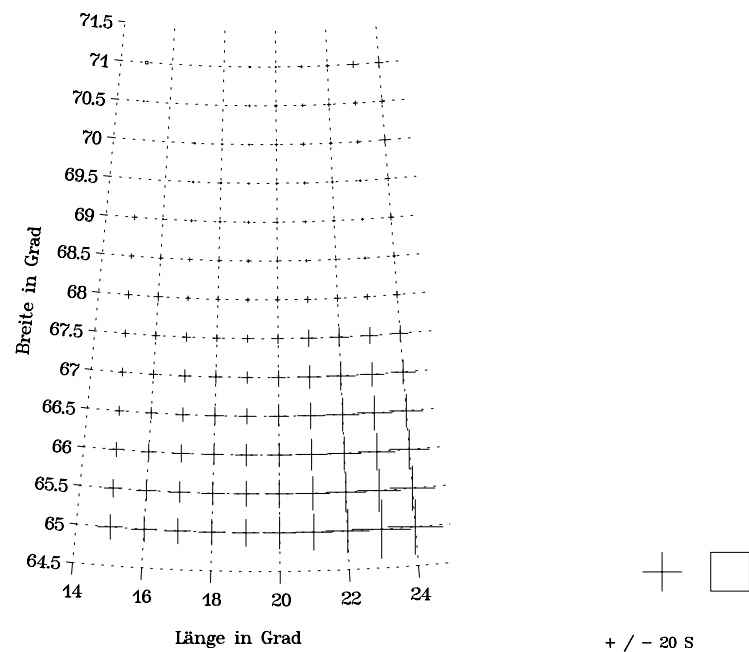


Abb. 47 Resultierende Hall-Leitfähigkeitsverteilung.

Nordosten des Untersuchungsgebietes vorhanden, wo die Differenz zwischen den beiden Abschätzungen bei 5 S liegt. Abb. 47 zeigt einen starken Nord-Süd-Gradienten der Hall-Leitfähigkeit mit sehr geringen, meist unter 2 S liegenden Werten von Σ_H im Bereich

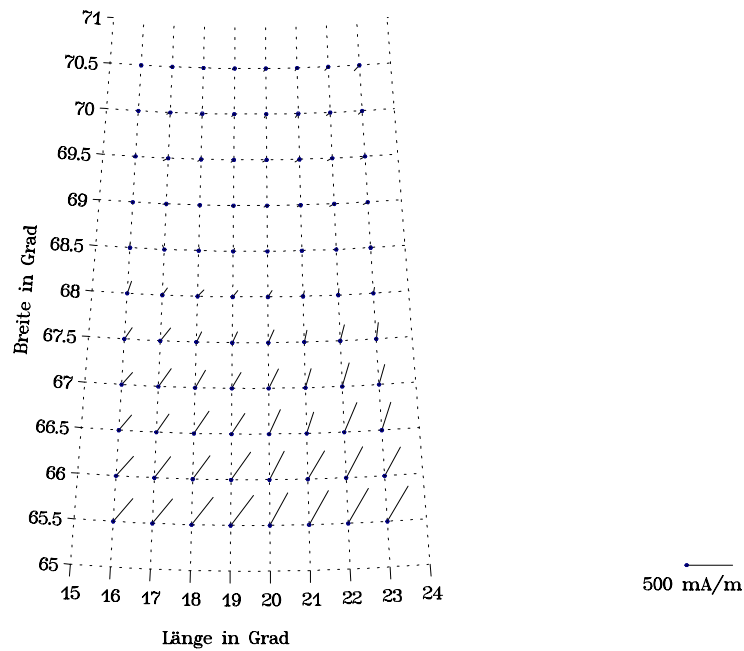


Abb. 48 Horizontale Ionosphärenströme.

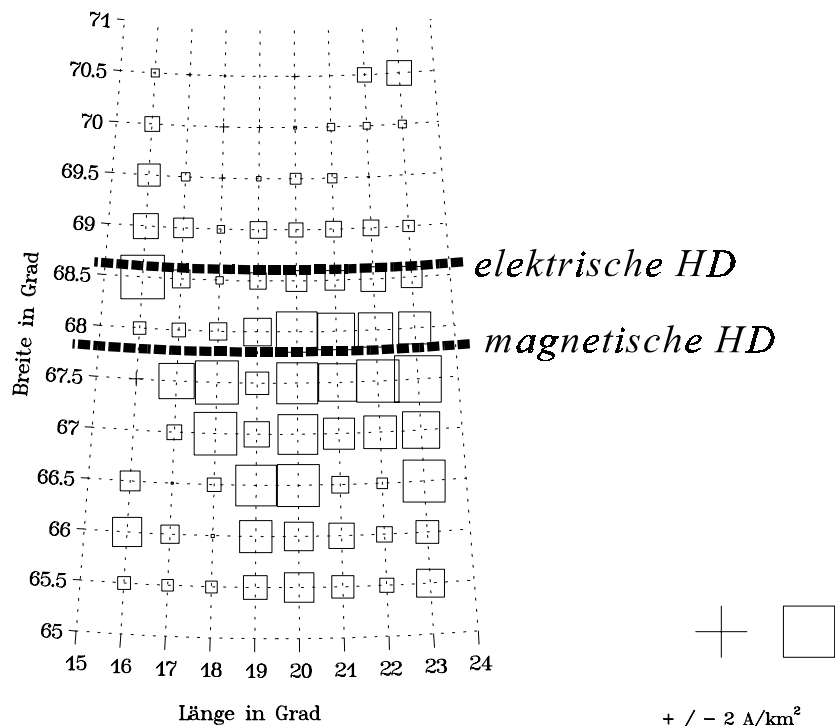


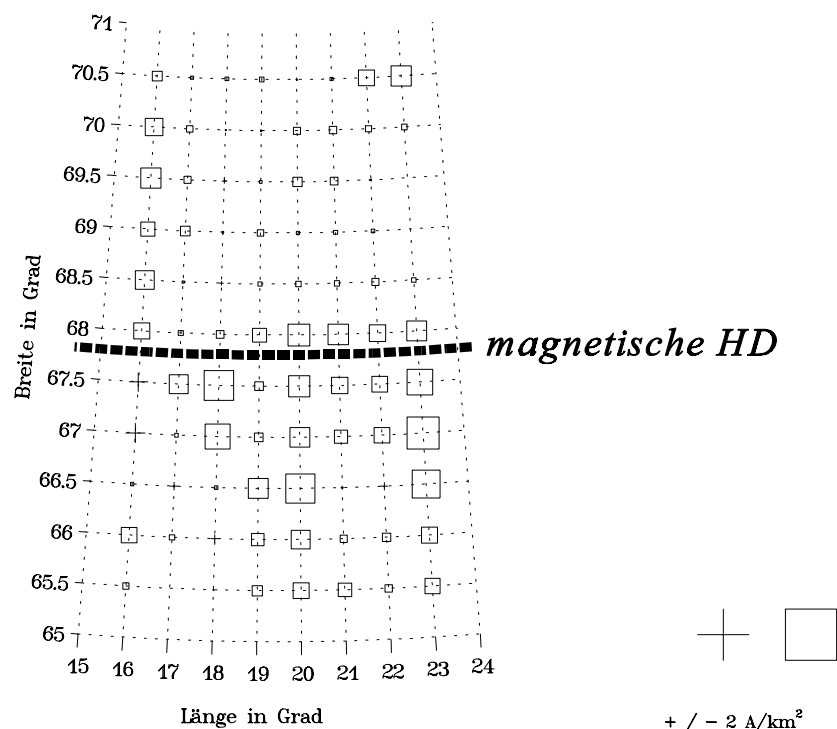
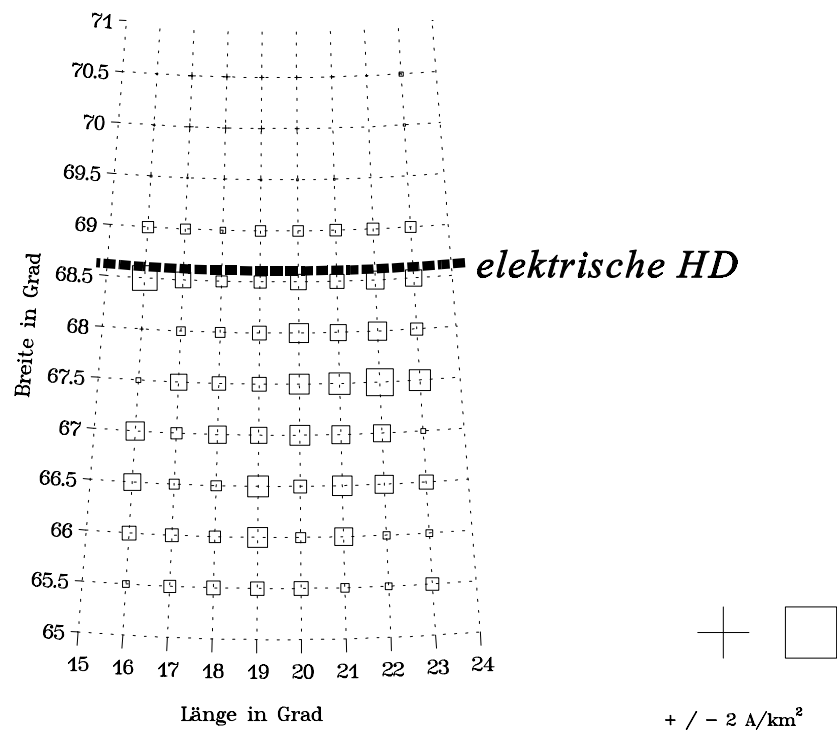
Abb. 49 Gesamte feldparallele Ströme (hier wie im folgenden bedeuten Kreuze abwärts fließende und Quadrate aufwärts fließende FACs).

nördlich der elektrischen HD. Südlich der magnetischen HD steigt Σ_H dagegen schnell an, um Werte zwischen 10 S und 20 S am Südrand unseres Analysegebietes zu erreichen

(also immer noch nördlich vom Zentrum des ostwärtigen Elektrojets, vgl. Abb. 41). Der Ost-West-Gradient von Σ_H im Bereich des Ostjets ist mit einem entgegengesetzt gerichteten Gradienten in $|\vec{E}|$ (s. Abb. 44) verbunden und führt daher, wie in Abb. 48 zu sehen, zu keiner longitudinalen Änderung in den resultierenden horizontalen Ionosphärenströmen \vec{J} (zur Unterdrückung von Randfehlern wurde bei der Darstellung des Ergebnisstromsystems je ein Gitterpunkt an den Rändern weggelassen). Interessant ist ein Vergleich von \vec{J} mit $\vec{J}_{eq, Ion}$ (Abb. 43): Es stellt sich heraus, daß \vec{J} im Gegensatz zu der in Bezug auf die magnetische HD beinahe symmetrischen Konfiguration von $\vec{J}_{eq, Ion}$ eine hochgradig asymmetrische Verteilung mit starken nordwestlich gerichteten Strömen von bis zu 450 mA/m im Gebiet des Ostjets, aber nur sehr schwachen, westlich bis südwestlich gerichteten Strömen im Bereich nördlich der elektrischen HD aufweist. Folglich wird der scheinbare westwärtige Elektrojet in $\vec{J}_{eq, Ion}$ (neben möglichen Beiträgen von tatsächlichen Westströmen nördlich unseres Analysegebietes) im wesentlichen durch den magnetischen Effekt der in Abb. 49 erkennbaren Schicht starker, aufwärts fließender feldparalleler Ströme (FACs) mit Stromdichten bis zu 2 A/km² verursacht. Diese Schicht scheint ein Zentrum zwischen der magnetischen und der elektrischen HD, aber näher zur ersteren, aufzuweisen. Aufwärts gerichtete FACs sind im ganzen Untersuchungsgebiet zu sehen, ihre Stärke nimmt aber nördlich der elektrischen HD deutlich ab. Nur vereinzelt zeigen sich abwärts gerichtete FACs, welche deutlich schwächer als die aufwärts gerichteten sind. Das generelle Bild der FACs ist recht unregelmäßig. Dies entspricht jedoch gerade dem aus Satellitenmessungen feldparalleler Ströme oberhalb der HD gewonnenen Bild (vgl. Koskinen und Pulkkinen, 1995, und Referenzen darin). Es wäre interessant, unsere Resultate mit solchen Messungen zu vergleichen, die aber leider für unser Ereignis nicht vorliegen.

Das unregelmäßige Bild klärt sich jedoch zumindest teilweise auf, wenn die nur mit den Pedersen- (Abb. 50) bzw. nur mit den Hall-Strömen (Abb. 51) verbundenen FACs betrachtet werden: Während erstere recht homogen im Bereich südlich der elektrischen HD verteilt sind, wo sie Stromstärken von 1 A/km² oder etwas darunter aufweisen, und nördlich dieser Grenze fast vollständig verschwinden, sind letztere für die unregelmäßige Erscheinung des Gesamtbildes verantwortlich und erreichen ihre höchsten Stromstärken mit bis zu 1,5 A/km² nahe der magnetischen HD.

Es kann nicht überraschen, daß unsere Resultate nicht so gleichmäßig sind wie die von Lampen (1985) mit der ‚trial and error‘-Methode erzielten bzw. wie allgemein mit dieser Methode erlangte Ergebnisse, da bei ihr zunächst glatte und symmetrische Konturen der Leitfähigkeit modelliert werden, von denen nur wenn unbedingt erforderlich



sukzessive abgewichen wird. Im Gegensatz dazu haben unsere Resultate - mit Ausnahme von α , dessen Einfluß geringfügig ist - reine Meßdatenverteilungen zur Basis.

Gleichwohl stimmen unsere Ergebnisse im großen und ganzen mit denen von Lam-

pen (1985) darin überein, daß eine Schicht aufwärts gerichteter FACs an der HD existiert und daß die Leitfähigkeiten im Gebiet des Ostjets deutlich größer als an der HD und nördlich von ihr sind. Auf der anderen Seite befindet sich der starke Anstieg von Σ_H südwärts der HD in Lampens Arbeit deutlich weiter südlich als in unseren Resultaten und findet dort im Gegensatz zum kontinuierlichen Anstieg in Abb. 47 als scharfer Sprung statt. Dies führt in seiner Studie zu zwei separaten Schichten von FACs, einer an der HD und einer zweiten an diesem Sprung mehrere Breitengrade südlich von ihr, von denen letztere sogar die stärkere Schicht ist. Eine solche zweite Schicht tritt weder in unseren noch in den von Kunkel *et al.* (1986) für eine andere HD-Situation gewonnenen Ergebnissen auf und kann daher als ein im Zuge der ‚trial and error‘-Methode künstlich eingeführtes Element vermutet werden.

Die Fragestellung 3 der Einleitung hinsichtlich der Anwendbarkeit der Charakteristikenmethode auf reale Daten kann also anhand obiger Untersuchung positiv beantwortet werden. Generell scheint uns, daß unsere Ausgabeverteilungen bei gleichzeitiger deutlicher Reduzierung der verwendeten Annahmen und modellierten Eingabeverteilungen spürbar mehr Details zeigen als die der ‚trial and error‘-Methode. Daher werden wir im folgenden versuchen, unter Bezug auf Fragestellung 4 der Einleitung mit Hilfe unserer Ergebnisse auf einige generelle Fragen zur HD einzugehen.

5.3.1.2 Diskussion genereller Fragen zur Harang-Diskontinuität

Es sind nur wenige frühere Arbeiten zur HD verfügbar, die eine Untersuchung des vollen Satzes der makroskopischen elektrodynamischen Parameter der Ionosphäre anhand eines Einzelereignisses durchführen. Die ausführlichsten sind die von Kunkel *et al.* (1986), später verfeinert von Inhester *et al.* (1992) und Amm (1995), sowie die von Lampen (1985) anhand desselben Ereignisses wie von uns in dieser Arbeit untersucht. Wir werden uns daher bei der folgenden Diskussion auf diese Studien konzentrieren. Andererseits sind viele Arbeiten anderen Typs (die z.B. nur auf Magnetometern oder Messungen des elektrischen Feldes, optischen Daten oder Satellitenmessungen beruhen, ebenso wie statistische Untersuchungen) durchgeführt worden, die im Review von Koskinen und Pulkkinen (1995) zusammengefaßt wurden. Die in diesem Review gestellten Fragen sollen hier als Ausgangspunkt dienen.

Eine dieser Fragen, die bereits im vorigen Abschnitt aufgegriffen wurde, ist die, ob die HD in Nordwest-Südost-Richtung gegen eine konstante Breite geneigt ist, wie es die mittels zusammengesetzter Vektorplots erzielten Resultate von Lampen (1985) und

Kunkel *et al.* (1986) sowie das statistische Ergebnis von Heppner und Maynard (1987) nahelegen, oder ob sie im wesentlichen auf fester geomagnetischer Breite liegt, wie von Koskinen und Pulkkinen (1995) auf der Basis von STARE-Daten mehrerer Einzelereignisse vermutet wird. Unsere Daten unterstützen deutlich den zweiten Standpunkt. Die möglichen Defizite der Technik zusammengesetzter Vektorplots wurden bereits oben diskutiert. Marklund (1993) zeigt auf, daß Ergebnisse statistischer Studien deutliche Unterschiede zu denen von Einzelereignissen aufweisen können.

Eine weitere Frage ist, ob ein Plasmafluß $\vec{v} = (\vec{E} \times \vec{B}) / |\vec{B}|^2$ über die elektrische HD stattfindet oder nicht. Die STARE-Daten unseres Ereignisses (Abb. 42) zeigen einige fast rein westwärts gerichtete Vektoren von \vec{E} und zeigen somit deutlich einen südwardigen Plasmafluß über die elektrische HD an. Koskinen und Pulkkinen (1995) konnten zu dieser Frage keine klare Antwort geben, da das STARE-Radar in keinem der von ihnen untersuchten Ereignisse im unmittelbaren Bereich der elektrischen HD ausreichende Rückstreuung lieferte.

Hinsichtlich der horizontalen Ionosphärenströme zeigen Abb. 48 und Abb. 49 jedoch, daß - zumindest in der hier untersuchten Situation - fast der gesamte Strom des ostwardigen Elektrojets, sowohl bezüglich seines Pedersen- als auch seines Hall-Anteiles, an oder südlich von der elektrischen HD als FACs in die Magnetosphäre abgeführt werden. Dieses Ergebnis stimmt mit denen von Lampen (1985) und Kunkel *et al.* (1986) überein, steht aber im Widerspruch zu dem Vorschlag von Kamide (1978), der eine Kontinuität der horizontalen Ionosphärenströme an der HD ohne das Vorhandensein von FACs annahm.

Bei einem Vergleich der von Koskinen und Pulkkinen (1995) entworfenen schematischen Skizze der großräumigen Elektrodynamik der HD (ihre Abb. 7) mit unseren Resultaten kann eine allgemeine Übereinstimmung bis auf die folgenden zwei Punkte festgestellt werden: 1) Die mit den Pedersen-Strömen verbundenen FACs sind in der genannten Skizze als auf das unmittelbare Gebiet der HD beschränkt und räumlich von den mit den Hall-Strömen verbundenen FACs getrennt dargestellt. In unseren Ergebnissen (Abb. 50 und Abb. 51) erscheinen dagegen die mit den Pedersen-Strömen verbundenen FACs aufgrund des im gesamten Gebiet südlich der HD vorhandenen Leitfähigkeitsgradienten senkrecht zur HD als nahezu gleichmäßig über dieses Gebiet verteilt und überlagern somit die mit den Hall-Strömen verbundenen FACs. Letztere sind (im Falle der FACs des Ostjets) bei uns wie auch bei Koskinen und Pulkkinen (1995) südlich der elektrischen HD lokalisiert. 2) Da der westwardige Elektrojet in unserem Ereignis sehr schwach ausgeprägt ist, ist sein Beitrag zu den FACs vernachlässigbar. Dies steht im

Kontrast zu dem symmetrischen Bild, das Koskinen und Pulkkinen (1995) hinsichtlich der Position und Stärke des Ost- und Westjets sowie der zugehörigen FACs beiderseits der HD zeichnen. Wir räumen jedoch ein, daß dieses Ergebnis ein Merkmal der speziellen untersuchten Situation sein kann und nicht notwendigerweise verallgemeinerbar sein muß. Es ist gut möglich, daß nördlich unseres Untersuchungsgebietes ein stärkerer Westjet existiert, was sich auch mit dem Resultat von Lampen (1985) decken würde.

Weiterhin fragen Koskinen und Pulkkinen (1995) danach, warum die Polarlichter bei Polarlichtausbrüchen (vgl. z.B. Untiedt und Baumjohann, 1993) häufig näher zur magnetischen als zur elektrischen HD auftreten. Obwohl diese Frage allein aufgrund ionosphärischer Resultate nicht vollständig beantwortet werden kann, ist es in diesem Zusammenhang interessant festzustellen, daß die mit den Hall-Strömen verbundenen FACs gerade in dem Bereich zwischen der elektrischen und der magnetischen HD und dabei näher zur letzteren ihr Stromdichtemaximum aufweisen. Da die Ströme eines magnetosphärischen Teilsturms, deren optische Manifestation die Polarlichtausbrüche sind, als in der Ionosphäre hauptsächlich aus Hall-Strömen bestehend vermutet werden (z.B. Kamide und Baumjohann, 1993), liegt es nahe anzunehmen, daß der Polarlichtausbruch dort beginnt, wo diese Ströme aus der Magnetosphäre injiziert werden.

Eine weitere Frage lautet schließlich, warum die (durch die Magnetfeldstörung am Boden definierte) magnetische HD typischerweise 1-2 Breitengrade südlich der elektrischen liegt. Obwohl eine Rückrechnung des Bodenmagnetfeldes aus unseren Resultaten mittels einer Biot-Savart-Integration nicht das vollständige \vec{B}_G reproduzieren kann, da der Anteil der außerhalb des Untersuchungsgebietes fließenden Ströme fehlt (welcher nicht unbeträchtlich ist, da das Magnetfeld von Linienströmen nur mit q^{-1} abnimmt, wenn q der Abstand von der Flußachse des Stromes ist), läßt sich aus der Rückrechnung folgendes erkennen: Berücksichtigen wir nur den Magnetfeldeffekt der horizontalen Ströme, so läge die magnetische HD aufgrund des verglichen mit dem Westjet erheblich stärkeren Ostjets sogar nördlich der elektrischen. Mit dem Einschluß des magnetischen Effektes der FACs in die Rechnung wird jedoch klar, daß der Haupteffekt der Südverschiebung der magnetischen HD von der ostwestlich verlaufenden Schicht der mit den Hall-Strömen verbundenen FACs ausgeht. Dieser Effekt ist besonders stark, wenn ein positiver Ost-West-Gradient des Absolutwertes der Stromdichte dieser FACs, wie in Abb. 51 erkennbar, vorliegt. Während die Lage der elektrischen HD also nur durch das ionosphärische elektrische Potential bestimmt ist, ist die der magnetischen HD zusätzlich von den Verteilungen der ionosphärischen Leitfähigkeiten abhängig.

Es sollte betont werden, daß unsere Auswertung nicht den Anspruch erhebt, für das

gesamte Ereignis am 27. Oktober 1977 oder etwa für alle Harang-Diskontinuität-Ereignisse repräsentativ zu sein. Um ein besseres Bild von der dynamischen Entwicklung der HD zu erzielen, wäre es wünschenswert, eine Analyse wie die obige für mehrere aufeinanderfolgende Einzelzeitschritte vorzunehmen. Für das hier untersuchte Ereignis ist dies jedoch nicht möglich, da die HD zu früheren Zeiten als der bearbeiteten den Nordrand des SMA erreicht, und zu späteren Zeiten das STARE-Meßgebiet in Richtung Süden verläßt. Zudem ist die von STARE empfangene Rückstreuung wechselhaft. Hinsichtlich der Frage der Orientierung der HD ist jedoch zu bemerken, daß ihr etwa paralleler Verlauf zu einer festen geomagnetischen Breite in allen verfügbaren STARE-Einzelmeßdaten erkennbar ist.

Trotz der Begrenzung auf einen einzelnen analysierten Zeitschritt sollte der Schluß erlaubt sein, daß unsere erstmals in der Literatur anhand einer instantanen Meßdatenverteilung erzielten Ergebnisse über die flächenhafte Elektrodynamik der HD einige wichtige Beiträge zu bisher offenen Fragen ihrer Physik beitragen können und somit die Fragestellung 4 der Einleitung ebenfalls positiv beantwortet werden kann.

5.3.2 Starke und lokalisierte longitudinale Leitfähigkeitserhöhung im westwärtigen Elektrojet am 2. Dezember 1977

Der 2. Dezember 1977 zeichnet sich durch eine langandauernde, außergewöhnlich starke bodenmagnetische Aktivität aus. Der Kp-Index nahm von 15-24 UT den hohen Wert von 7 an, und bodenmagnetische Störungen im Größenbereich von 1000 nT und darüber wurden gemessen. Um 16:30 UT fand an diesem Tag das im vorigen Abschnitt mehrfach erwähnte, von Kunkel *et al.* (1986) untersuchte Ereignis einer Harang-Diskontinuität statt. Dieses frühe Auftreten der HD deutet auf eine häufig bei stark gestörten Verhältnissen beobachtete, mit einer Erweiterung des Polarlichtovals einhergehende Südverschiebung der ionosphärischen Stromsysteme hin.

Das hier untersuchte Ereignis findet um 22:00 UT, 19 Minuten nach einer mit einem Polarlichtausbruch einhergehenden (A. Pajunpää, pers. Mitteilung) erneuten Verstärkung der bodenmagnetischen Störungen statt. In der Phase zwischen dieser Verstärkung und unserem Ereignis herrscht ein recht gleichförmiger, mit $|\vec{B}_{G,b}| \approx 500 \text{ nT}$ schon relativ starker westwärtiger Elektrojet über dem Meßgebiet des SMA vor. Etwa zwischen 21:55 UT und 22:07 UT tritt eine kurzzeitige Störung auf, die sich auf ihrem Höhepunkt im untersuchten Zeitschritt um 22:00 UT durch drei Merkmale auszeichnet (Abb. 52):

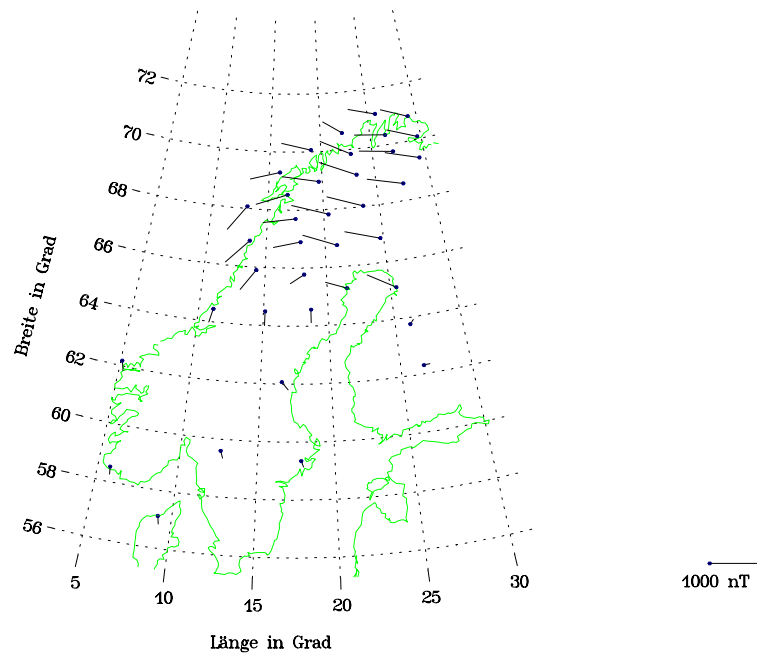


Abb. 52 Um 90° im Uhrzeigersinn gedrehte Vektoren der horizontalen Magnetfeldstörung am 2.12.1977, 22:00 UT, gemessen vom SMA sowie einigen weiteren Observatorien.

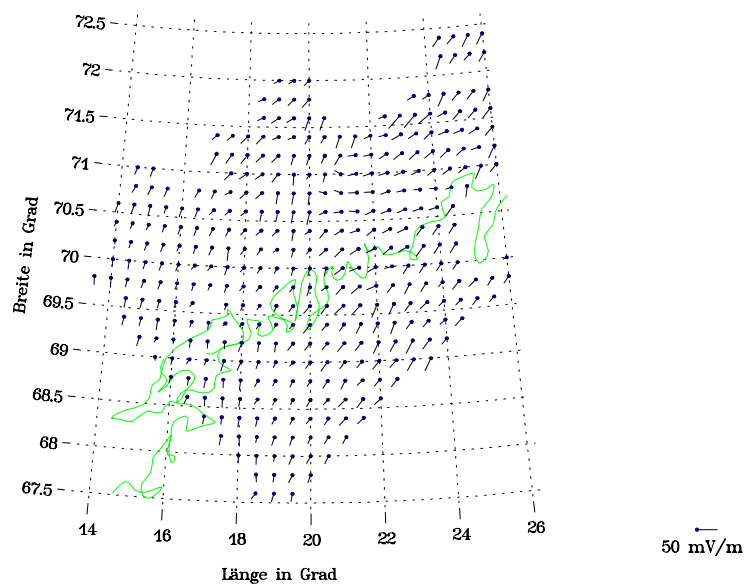


Abb. 53 Vom STARE-Radar am 2.12.1977 um 22:00 UT gemessene Vektoren des ionosphärischen elektrischen Feldes.

Zum einen ist eine deutliche Intensivierung des Westjets bis auf Amplituden der horizontalen Magnetfeldstörung von etwa 720 nT, insbesondere im Bereich zwischen dem 67.

und 69. Breitengrad und dem 20. bis 24. Längengrad, erkennbar. Zum zweiten ist etwa zwischen dem 20. und 25. Längengrad eine deutliche Nordablenkung der um 90° im Uhrzeigersinn gedrehten horizontalen Magnetfeldstörvektoren zu beobachten. Schließlich ist am Südrand des Jets im westlichen Teil des SMA-Meßgebietes eine als etwa bei 63° Länge und 18° Breite zentriert abschätzbare wirbelförmige Struktur dieser Vektoren sichtbar. Die Verteilungen von \vec{B}_G im Zeitraum der Störung deuten auf eine Westwärtsbewegung derselben hin, die grob auf ca. 2 Längengrade pro Minute bei 68° Breite abgeschätzt werden kann, was einer Geschwindigkeit von ca. $1,4 \text{ km/s}$ entspricht. Dabei verhält sich die Störung jedoch keineswegs stationär.

Im Vergleich zu den bodenmagnetischen Störvektoren sind die vom STARE-Radar um 22:00 UT gemessenen Vektoren des ionosphärischen elektrischen Feld deutlich weniger strukturiert und zeigen ein bis auf kleinräumige lokale Inhomogenitäten im wesentlichen östlich von 20° Länge südwestlich gerichtetes \vec{E} -Feld, dessen Vektoren westlich dieser Länge hauptsächlich nach Süden weisen (Abb. 53). Die Amplituden von \vec{E} liegen im Bereich von 20 mV/m und weisen eine geringe Streuung auf. Dieses Bild der Verteilung von \vec{E} unterscheidet sich nicht wesentlich von dem wenige Minuten früher oder später von STARE gemessenen. Auch ist keine Westwärtswanderung spezieller Strukturen in den Daten erkennbar. Allein aus diesen Beobachtungen kann schon geschlossen werden, daß der Haupteffekt des in den bodenmagnetischen Daten sichtbaren Ereignisses von den ionosphärischen Leitfähigkeiten ausgehen muß.

Wie häufig im Falle relativ homogener elektrischer Felder empfängt STARE eine gute Radarrückstreuung, so daß trotz des für die in Abb. 53 gezeigten Vektoren verlangten minimalen signal to noise-Verhältnisses von 6 dB für beide Vektorkomponenten auf fast dem gesamten STARE-Meßgebiet Daten vorliegen (die beiden geraden Kanten im südlichen Teil des Meßgebietes zeigen die südliche Grenze der Überlappung der Radarstrahlen beider STARE-Stationen an, vgl. Abb. 36). Unmittelbar vor dem hier untersuchten Zeitschritt empfing STARE jedoch in großen Bereichen des südlichen Teiles seines Meßgebietes keine Rückstreuung, obwohl die verbliebenen Vektoren eine ähnlich homogene Verteilung aufweisen wie die um 22:00 UT gemessenen.

Die Tatsache, daß homogen verteilte Meßfelder sich günstig auf die Datenüberdeckung eines E-Schicht-Radars auswirken, liegt zusammen mit dem in Abschnitt 5.2.1 Gesagten daran, daß bei diesen im Vergleich zu inhomogenen Verteilungen die Wahrscheinlichkeit des Nulldurchganges mindestens einer der LOS-Komponenten von \vec{E} innerhalb des Meßgebietes, und somit der Unterschreitung des für Rückstreuung erforderlichen Schwellenwertes, geringer ist. Für die Anwendung der Charakteristiken-

methode sind dagegen im wesentlichen homogen verteilte elektrische Felder ungünstig, da sie zu geringen Werten des Parameters C führen, welcher das Abklingen des vom Anfangswert $\Sigma_H(\vec{r}_0)$ abhängigen Teiles der Lösung für Σ_H bewirkt (vgl. Abschnitt 5.1). Die Methode wird hier dennoch aus dem Grunde angewandt, daß die obigen Betrachtungen eine markante Leitfähigkeitsstruktur nahelegen, die zu einer relativen Marginalisierung des Einflusses der Randwerte führen kann.

Abb. 54 und Abb. 55 zeigen den äußeren und inneren Anteil der Magnetfeldstörung am Boden als unmittelbar oberhalb („interne“) bzw. unterhalb („externe“) des Bodens fließende äquivalente Ströme auf unserem Analysegebiet $\eta = [66,5^\circ; 71,5^\circ]$ mit $\Delta\eta = 0,5^\circ$ sowie $\varphi = [12^\circ; 28^\circ]$ mit $\Delta\varphi = 2^\circ$. Die Feldtrennung wurde mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methode vorgenommen. Man beachte, daß interne und externe äquivalente Ströme, die eine horizontale Magnetfeldstörung in dieselbe Richtung verursachen, in Gegenrichtung zueinander fließen. Ein Vergleich von Abb. 54 und Abb. 55 zeigt deutlich, daß der Hauptanteil der Magnetfeldstörung am Boden durch äußere Quellen erzeugt wird. Zum einen erreichen die internen äquivalenten Ströme nur ca. 25 % der Amplitude der externen, zum anderen enthalten die externen äquivalenten Ströme auch fast die gesamte Struktur der Magnetfeldstörung. Dieser zweite Umstand ist für die Anwendung der Charakteristikenmethode besonders relevant, da in sie entsprechend Gl. (22) nicht das Magnetfeld selbst, sondern die Vertikalkomponente der Rotation der ionosphärischen äquivalenten Ströme eingeht. Selbst wenn die internen Ströme in Abb. 55 nicht abgetrennt und auf Ionosphärenhöhe fortgesetzt würden, würden sie wegen ihrer recht homogenen Struktur mit fast verschwindender Rotation also keine wesentlichen Fehler für die Eingabegrößen der Methode verursachen.

Abb. 56 zeigt die ionosphärischen äquivalenten Ströme $\vec{J}_{eq, Ion}$. Sie wurden wieder mit den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methoden ermittelt. Neben der typischen Verstärkung der Ströme im Vergleich zu den externen äquivalenten Strömen am Boden (Abb. 54; man beachte die unterschiedliche Skalierung dieser Abbildung im Vergleich zu Abb. 56) ist erwartungsgemäß eine relative Verstärkung der kurzwelligen Wirbelstruktur im Süden gegenüber den längere Wellenlängen beinhaltenden Strukturen im Norden zu beobachten (vgl. Gl. (3)). Ein weiterer Effekt der relativen Verstärkung kurzer Wellenlängen bei der Feldfortsetzung zu den Quellen hin ist die Verschmälerung des longitudinalen Bereiches nordwärts abgelenkter äquivalenter Ströme auf Ionosphärenhöhe im Vergleich zum Boden.

Die recht homogene Verteilung der Meßvektoren von \vec{E} läßt wieder eine gewisse Extrapolation nach Süden als vertretbar erscheinen. Das mit der inverse distance -

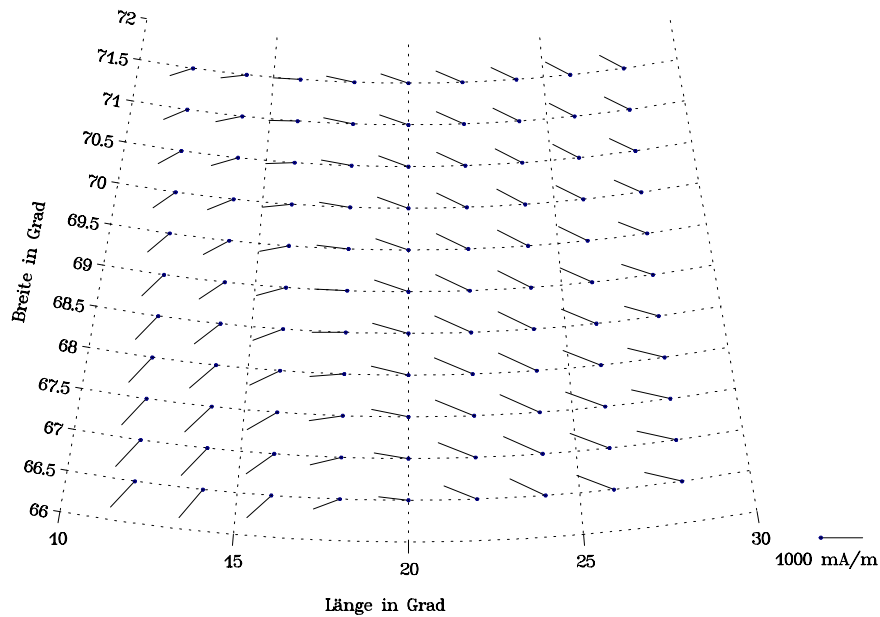


Abb. 54 Externer Anteil der Magnetfeldstörung am Boden, am 2.12.77, 22:00 UT; als unmittelbar oberhalb des Bodens fließende äquivalente Ströme dargestellt.

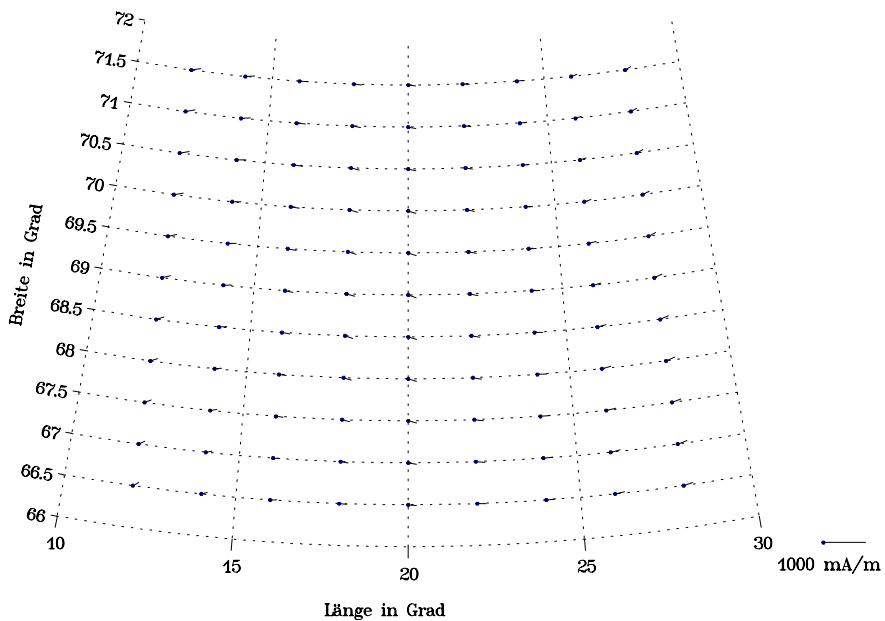


Abb. 55 Interner Anteil der Magnetfeldstörung am Boden, am 2.12.77, 22:00 UT; als unmittelbar unterhalb des Bodens fließende äquivalente Ströme dargestellt.

Methode auf ein Gitter inter- und extrapolierte \vec{E} ist in Abb. 57 dargestellt. Da keine Vorabinformationen für die Verteilung von α vorliegen, wird dessen Wert für die folgende Analyse entsprechend dem magnetisch gestörten Charakter des Untersuchungszeitrau-

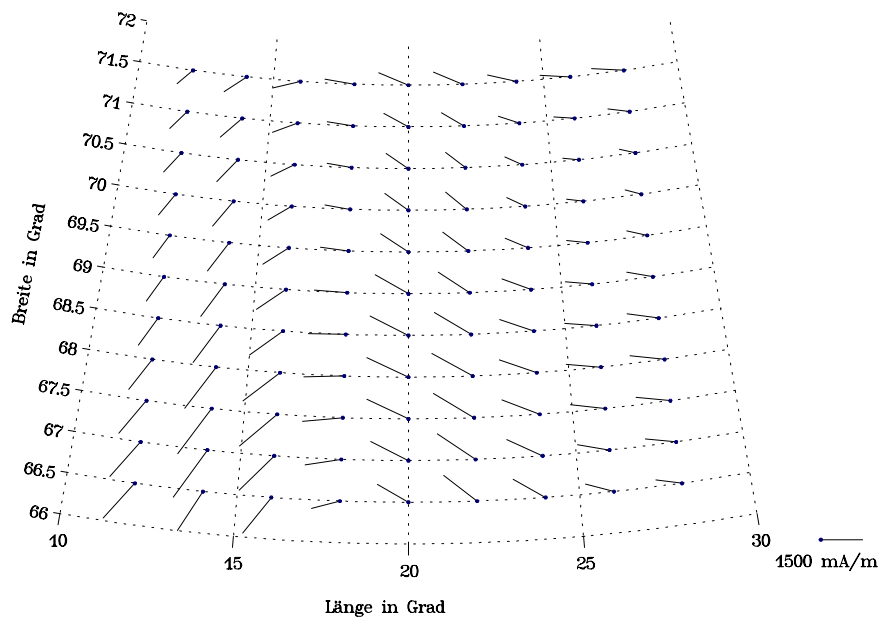


Abb. 56 Äquivalente Ströme auf Ionosphärenhöhe am 2.12.77, 22:00 UT.

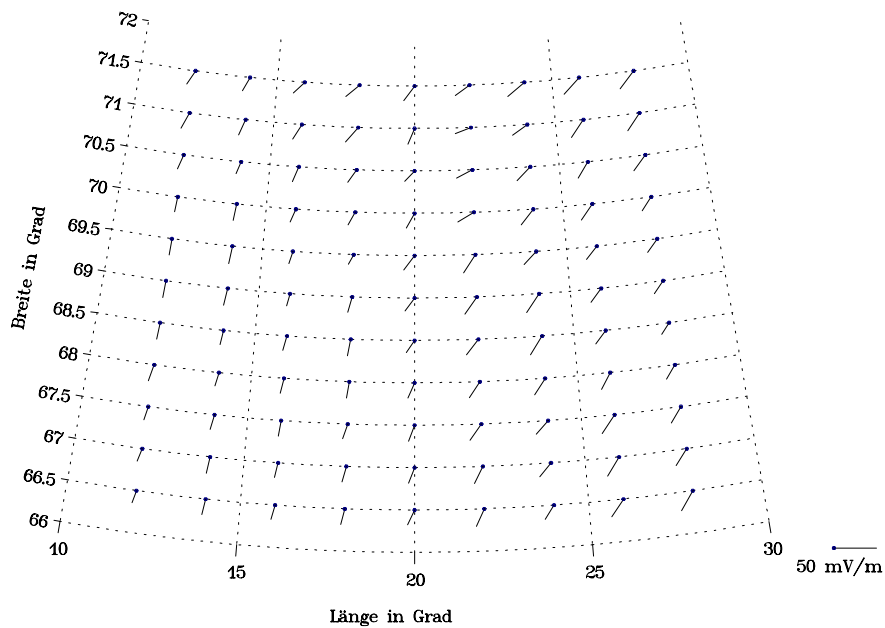


Abb. 57 Auf ein Gitter interpoliertes ionosphärisches elektrisches Feld, 2.12.1977, 22:00 UT.

mes uniform auf dem Analysegebiet zu 2 abgeschätzt (vgl. Lester *et al.*, 1996).

Die resultierenden Charakteristiken zeigt Abb. 58. Diese werden wie alle folgenden Ausgabevertellungen zur Unterdrückung möglicher Randfehler auf einem um je einen Gitterpunkt an den Rändern verkleinerten Gebiet dargestellt. Entsprechend dem erwähn-

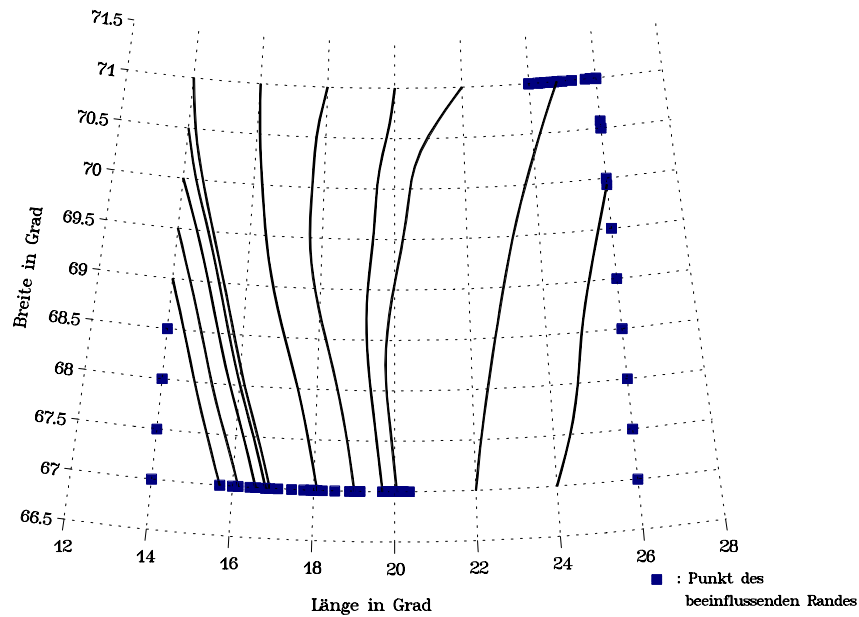


Abb. 58 Resultierende Charakteristiken.

ten recht homogenen Charakter von \vec{E} zeigen sie in ihrem hauptsächlich nord-südlichen Verlauf nur eine geringfügige Auffächerung. Entsprechend liegt der Anteil des beeinflussenden Randes am gesamten Rand mit ca. 48 % nahe dem maximalen Wert von 50 %.

In Abb. 59 ist die aus der Anwendung der Charakteristikenmethode resultierende Verteilung für Σ_H als Mittelwert der unteren und der oberen Abschätzung für diese Größe dargestellt (vgl. Abschnitt 2.5). Da im Gegensatz zum vorigen Anwendungsbeispiel die Differenz zwischen diesen beiden Abschätzungen nicht vernachlässigbar ist, wird sie separat in Abb. 60 gezeigt. Das auffälligste Merkmal der resultierenden Hall-Leitfähigkeitsverteilung ist ein bei 16° Länge zentrierter longitudinaler Streifen stark gegenüber der Umgebung erhöhter Leitfähigkeit, deren Maximalwert bei 69° Breite und 16° Länge 225 S beträgt. Hall-Leitfähigkeiten dieser Größenordnung sind in der Literatur zwar selten zu finden, jedoch maßen z.B. Aikio und Kaila (1996) mit Hilfe des EISCAT-Radars Σ_H -Werte von über 200 S in der Nähe einer intensiven Polarlichtform während der Expansionsphase eines Teilsturmes. Derart erhöhte Werte für Σ_H dürften durch innerhalb der Polarlichtform in die Ionosphäre einfallende, hochenergetische Elektronen verursacht sein (siehe dazu auch die Diskussion weiter unten). Nördlich und südlich des Σ_H -Maximums beträgt die Hall-Leitfähigkeit in dem erwähnten Streifen etwa 140 S , wobei dieser dort eine leichte Ablenkung in nordwest-südöstliche Richtung aufzuweisen scheint. Am Südrand des Untersuchungsgebietes nimmt Σ_H auf Werte um 50 S ab. Die

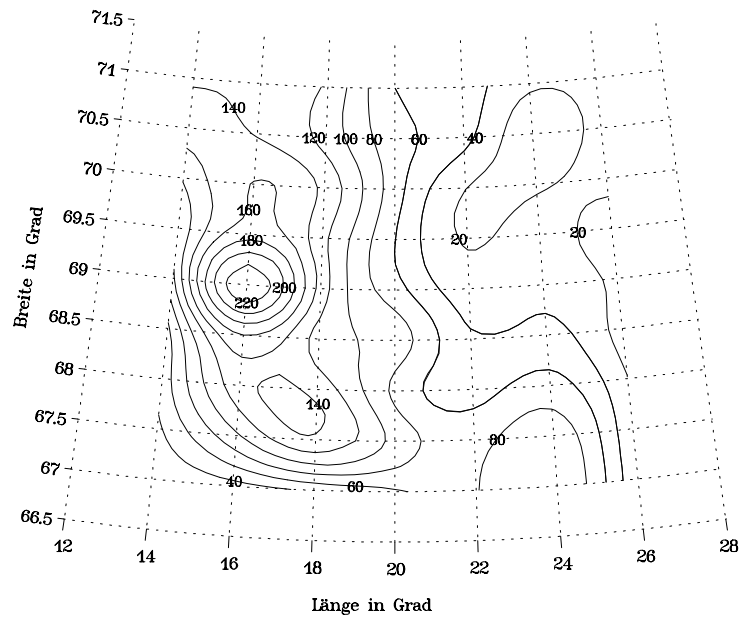


Abb. 59 Resultierender Mittelwert der oberen und unteren Abschätzung für die Hall-Leitfähigkeit (in S).

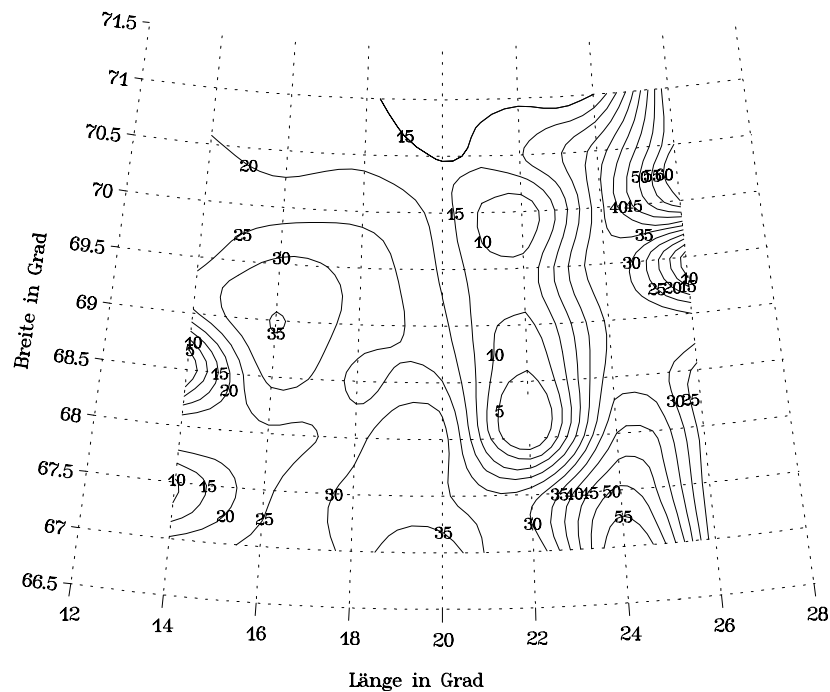


Abb. 60 Differenz zwischen der oberen und unteren Abschätzung der Hall-Leitfähigkeit (in S).

Unsicherheit der Lösung (Abb. 60) ist in diesem Gebiet mit bis zu ca. 35 S zwar absolut gesehen hoch, macht aber aufgrund der sehr hohen Σ_H -Werte der Lösung relativ nur einen Anteil von 15-20 % aus und kann daher die wesentliche Struktur dieser Lösung

nicht verändern. Ebenso ist das kontinuierliche Abfallen von Σ_H von dem benannten Streifen nach Osten hin bis auf Werte um 30 S beim 23. Längengrad gut determiniert, da in diesem Bereich auch die Unsicherheit der Lösung mit Werten zwischen 5 S und 15 S deutlich abnimmt. Die am Südrand des Untersuchungsgebietes östlich von 22° Länge sich etwa 2 Breitengrade nach Norden in das Gebiet hineinziehende Leitfähigkeitserhöhung ist jedoch ebenso wie die Verteilung von Σ_H östlich des 24. Breitengrades schlecht determiniert, weil dort das Verhältnis der Unsicherheit der Lösung zum Lösungswert selbst in den Bereich von 100 % gelangt. Diese Regionen werden daher bei der folgenden Betrachtung des ionosphärischen Stromsystems ausgeklammert. Bei der unten folgenden Berechnung des Bodenmagnetfeldes des Lösungsstromsystems und der Analyse der divergenzfreien und rotationsfreien Anteile dieses Systemes haben sie jedoch ohnehin nur marginalen Einfluß, da in beiden Fällen der Effekt der starken Ströme im Westteil des Untersuchungsgebietes bei weitem dominierend ist.

Die sich aus dem Mittelwert der unteren und oberen Abschätzung für Σ_H entsprechend Abb. 59 ergebenden Ionosphärenströme \vec{J} (Abb. 61) weisen im Bereich der erwähnten Leitfähigkeitserhöhung Amplituden um 2500 mA/m auf, und nehmen bei dem erwähnten Extremwert von Σ_H sogar mehr als 3500 mA/m an. \vec{J} zeigt im nördlichen Teil der Leitfähigkeitserhöhung fast rein westlich, wohingegen in deren südlichen Teil sowie im Bereich südwestlich dieser Erhöhung eine Südkomponente von \vec{J} zu beobachten ist. Nach Osten hin nimmt $|\vec{J}|$ bis zum 22. Längengrad auf Werte um 1000 mA/m ab, wobei die Richtung der Ströme mit Ausnahme einer Region um $\eta = 71^\circ$; $\varphi = 22^\circ$, in der \vec{E} lokal nach Westen und damit \vec{J} nach Norden abgelenkt ist, im wesentlichen nach Westen zeigt. Ein Vergleich dieser Ionosphärenströme mit den äquivalenten Ionosphärenströmen (Abb. 56) zeigt dreierlei: Im Bereich der Leitfähigkeitserhöhung wie in dem Gebiet des langsamen Abfallens östlich dieses Bereiches bis zum 20. Längengrad nimmt $|\vec{J}|$ wesentlich größere, $|\vec{J}_{eq, Ion}|$ um bis zu etwa 1500 mA/m überschreitende Werte an, während die beiden Größen in den anderen Gebieten vergleichbar sind. Zudem ist die in $\vec{J}_{eq, Ion}$ deutlich sichtbare Nordablenkung entlang dem 20. und 22. Längengrad in \vec{J} nicht erkennbar. Schließlich ist auch die Südatlenkung der äquivalenten Ströme am Westrand des Untersuchungsgebietes in \vec{J} nur weniger deutlich vertreten.

Auch die Verteilung der feldparallelen Ströme j_{\parallel} (Abb. 62) wird ganz von der dominierenden Struktur der Leitfähigkeitserhöhung im Westteil des Untersuchungsgebietes bestimmt: Nördlich von 68° Breite liegt östlich der Erhöhung eine sich nach Norden hin leicht ausweitende, in Nord-Süd-Richtung angeordnete Schicht abwärts fließender FACs mit Stromdichten um 15 A/km² vor. Diese schon sehr starken FACs werden von den

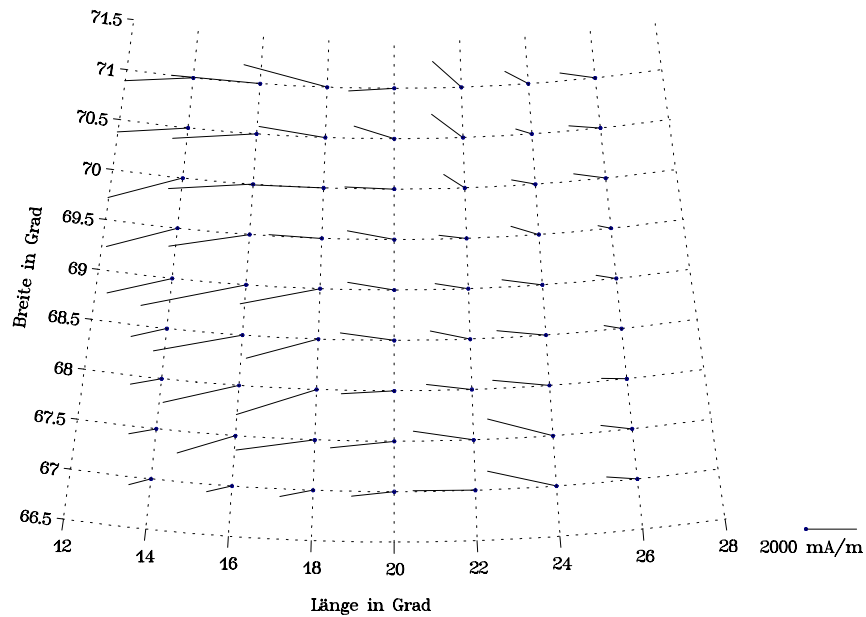


Abb. 61 Aus der mittleren Abschätzung der Hall-Leitfähigkeit (Abb. 59) resultierende horizontale Ionosphärenströme.

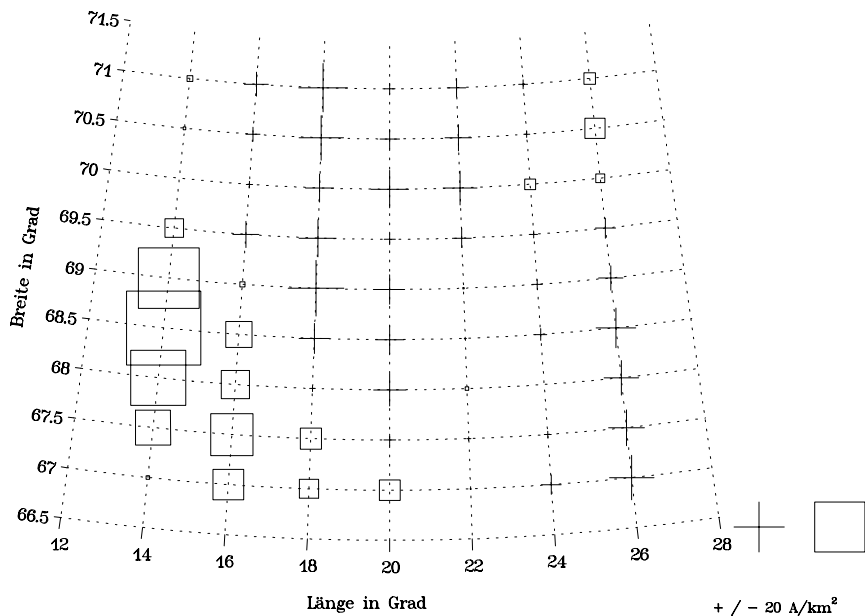


Abb. 62 Resultierende feldparallele Stromdichten.

aufwärts fließenden am Westrand des Analysegebietes südlich von $69,5^\circ$ Breite noch übertroffen, welche eine in nordwestlich-südöstliche Richtung angeordnete Schicht bilden und Stromstärken bis zu ca. 25 A/km^2 erreichen. Es ist zu vermuten, daß sich diese

Schicht westlich des Untersuchungsgebietes nach Nordwesten fortsetzt, da das Abfallen der Leitfähigkeitserhöhung nach Westen hin dort nicht mehr vollständig im hier analysierten Gebiet enthalten ist. Die in Abb. 62 am Ostrand sichtbaren FACs liegen im Bereich schlecht determinierter Leitfähigkeiten und können daher artifiziell sein.

Allein aufgrund der vorliegenden Bodenmessungen kann keine sichere Aussage über die Ursache der erwähnten sehr hohen Hall-Leitfähigkeiten und Amplituden der FACs gemacht werden. Dennoch soll für die extrem starken aufwärts fließenden FACs anhand der von Robinson *et al.* (1987) gegebenen Relation

$$\alpha = 0,45 \bar{E}_0^{0,85} \quad (51)$$

die mittleren kinetische Energie \bar{E}_0 (in keV) der diese FACs konstituierenden, in die Ionosphäre einfallenden Elektronen abgeschätzt und mittels einer groben Überschlagsrechnung die Frage beantwortet werden, ob das Plasma FACs einer Amplitude von 25 A/km² überhaupt tragen kann. Als Wert für α wird hier nicht der für die Ausführung der Charakteristikenmethode benutzte Wert von 2 gewählt, welcher eher für große Skalen repräsentativ ist, sondern der mit dem inkohärenten Radar EISCAT von Aikio und Kaila (1996) für ein ebenfalls sehr stark magnetisch gestörtes Intervall unmittelbar in einer diskreten Polarlichtform gemessene Wert von 5,4 angenommen, welcher die lokalen Verhältnisse in der Polarlichtform besser widerspiegeln dürfte. In Gl. (51) eingesetzt folgt daraus der recht hohe Wert von $\bar{E}_0 = 18,6 \text{ keV}$. Es wird weiterhin angenommen, daß sich diese Energie zu gleichen Teilen auf die Bewegung parallel und senkrecht zum Magnetfeld aufteilt, also $\bar{E}_{0,\parallel} = 0,5 \bar{E}_0$. Das exakte Verhältnis dieser Aufteilung hängt von dem unbekannten Beschleunigungsmechanismus der Elektronen ab, ist aber für diese Größenordnungsabschätzung nicht von essentieller Bedeutung. Dann ergibt sich mit der mittleren feldparallelen Geschwindigkeit der einfallenden Elektronen $\bar{v}_{\parallel,el} = \sqrt{2\bar{E}_{0,\parallel}/m_{el}}$ für die Elektronendichte n_{el} , die nötig ist, um einen feldparallelen Strom j_{\parallel} zu tragen $n_{el} = j_{\parallel} / (e\bar{v}_{\parallel,el})$. Dabei sind m_{el} die Elektronenmasse und e die Elektronenladung. Aus dem Einsetzen der genannten Werte für j_{\parallel} und \bar{E}_0 ergibt sich eine erforderliche Elektronendichte von $n_{el} = 8,7 \cdot 10^7 \text{ m}^{-3}$, um einen FAC der Amplitude 25 A/km² zu unterstützen. Dieser Wert für n_{el} liegt deutlich unter den in diskreten Polarlichtformen gemessenen Elektronendichten (vgl. z.B. Kirkwood *et al.*, 1988; Robinson und Vondrak, 1990), so daß also genügend Ladungsträger für den feldparallelen Stromfluß vorhanden sind.

Wegen der bei diesem Ereignis vorhandenen Unsicherheiten in der Lösung für Σ_H wollen wir die Plausibilität unseres Resultates durch eine Rückrechnung der durch es

verursachten bodenmagnetischen Störung und einen Vergleich dieser mit der gemessenen Störung überprüfen. Wie bereits im letzten Abschnitt erwähnt, kann von einer solchen Rückrechnung nicht erwartet werden, daß sie die gemessene Störung vollständig reproduziert, da diese - insbesondere bei einem recht kleinen Analysegebiet wie dem hier vorliegenden - wesentlich durch Ströme außerhalb der untersuchten Region verursacht sein kann. Die im vorliegenden Fall in dieser Region enthaltene sehr große Leitfähigkeitserhöhung könnte jedoch zu der Vermutung Anlaß geben, daß hier der wesentliche bodenmagnetische Effekt unterhalb der untersuchten Region aus dieser selbst entstammt. Dann wäre es möglich, zumindest die wesentliche Struktur der gemessenen bodenmagnetischen Störung durch eine Rückrechnung wiederzugeben.

Abb. 63 und Abb. 64 zeigen die gemessene sowie die rückgerechnete um 90° im Uhrzeigersinn rotierte horizontale Magnetfeldstörung am Boden. Insgesamt und insbesondere in der Mitte des Analysegebietes ist eine sehr gute strukturelle Übereinstimmung zwischen den beiden Vektorfeldern zu erkennen. So wird speziell die Nordablenkung der Vektoren entlang der 20. und 22. Breitengrade in der Rückrechnung gut wiedergegeben. Auch die Wirbelstruktur im Südwesten ist zu erkennen, wenngleich sie - vermutlich besonders wegen fehlender abwärts gerichteter FACs jenseits der Westgrenze unseres Untersuchungsgebietes (vgl. Abb. 62) - schwächer als in den Meßvektoren ausgeprägt ist. Die Differenz zwischen den nordwärts abgelenkten gemessenen zu den leicht südwärts abgelenkten resultierenden Vektoren am Nordrand unseres Gebietes kann analog durch fehlende abwärts fließende FACs nördlich dieses Randes erklärt werden. An einzelnen Punkten ist die resultierende Störung sogar geringfügig größer als die gemessene. Dies kann ebenfalls in fehlenden Strömen außerhalb des Analysegebietes begründet sein oder darauf hindeuten, daß die untere Abschätzung für Σ_H der Realität näher kommen könnte als die für die hier durchgeführte Berechnung verwendete mittlere. Man beachte allgemein, wie gut die aus den recht inhomogenen \vec{J} und j_{\parallel} (Abb. 61 und Abb. 62) berechneten gedrehten Bodenmagnetfeldstörungen das eher glatte Bild der gemessenen Störungen wiedergeben können.

Auch hinsichtlich der ν -Komponente der Bodenmagnetfeldstörung zeigen Abb. 65 und Abb. 66 generell eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den durch die Rückrechnung ermittelten Werten, insbesondere im zentralen und südlichen Teil des Untersuchungsgebietes. Dagegen ergibt die Rückrechnung speziell am westlichen Teil des Nordrandes eine deutlich größere ν -Komponente als gemessen, was mit größter Wahrscheinlichkeit auf den fehlenden Einfluß nördlich des Analysegebietes fließender, gerade im Bereich nördlich der Leitfähigkeitserhöhung im Westen unseres Gebietes

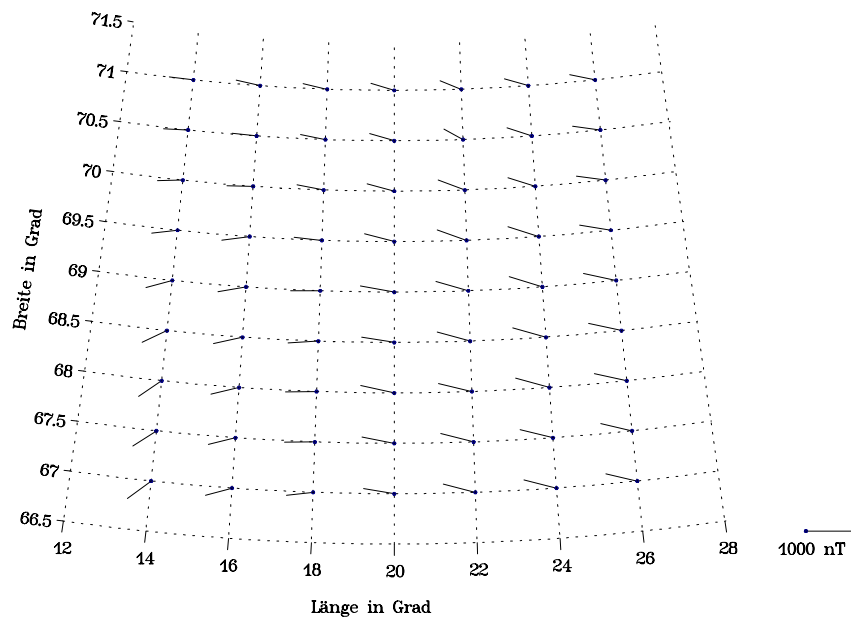


Abb. 63 Gemessene, um 90° gedrehte Magnetfeldstörung am Boden (mit der inverse distance-Methode interpoliert).

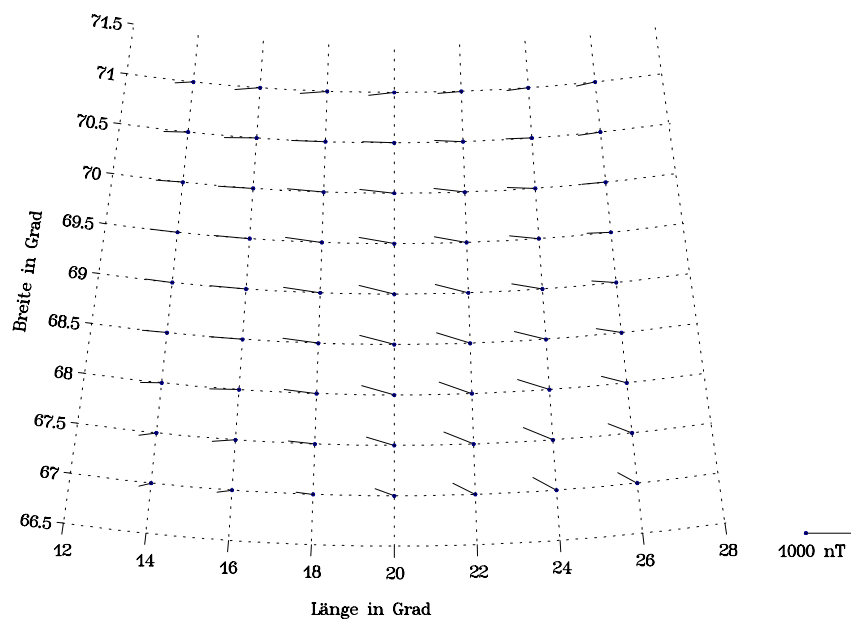


Abb. 64 Aus dem in Abb. 61 und Abb. 62 gezeigten Stromsystem resultierende, um 90° im Uhrzeigersinn gedrehte Magnetfeldstörung am Boden.

vermutlich starker Westströme, welche eine negative ν -Störung verursachen würden, zurückzuführen ist. Da ein analoger Effekt am Südrand nicht zu erkennen ist, kann geschlossen werden, daß die tatsächlichen horizontalen Ionosphärenströme südlich

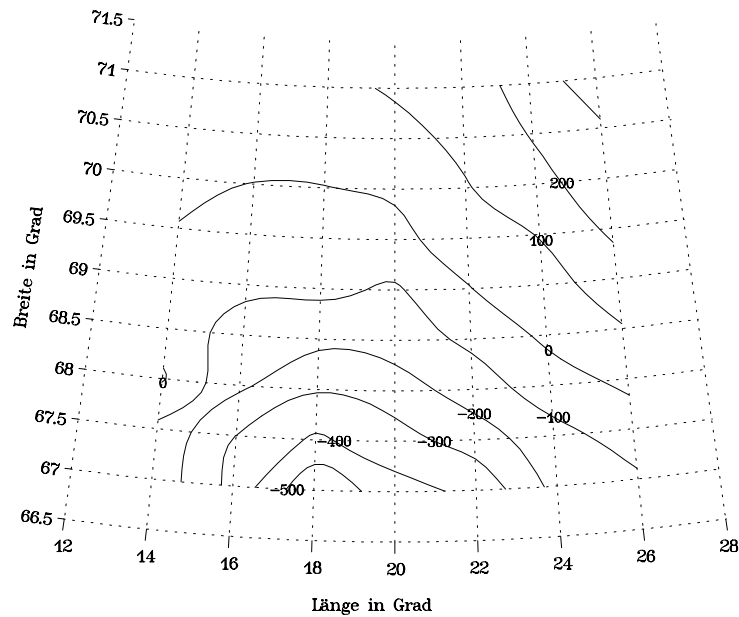


Abb. 65 Gemessene vertikale Magnetfeldstörung B_v am Boden in nT (mit der inverse distance - Methode interpoliert).

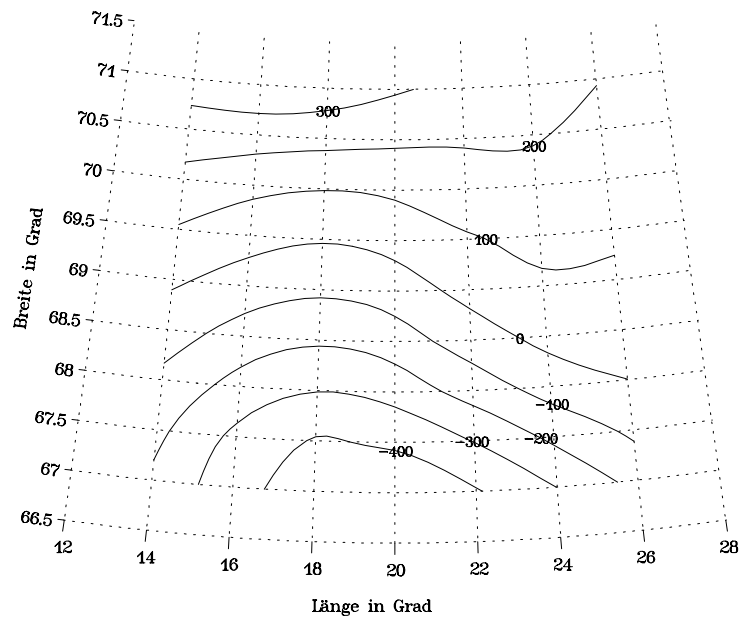


Abb. 66 Aus dem in Abb. 61 und Abb. 62 gezeigten Stromsystemes resultierende B_v -Komponente am Boden in nT .

unseres Gebietes relativ schwach sind.

Die Rückrechnung der Bodenmagnetfeldstörung aus unserem Ergebnisstromsystem kann also trotz des fehlenden Einflusses von Strömen außerhalb des Untersuchungs-

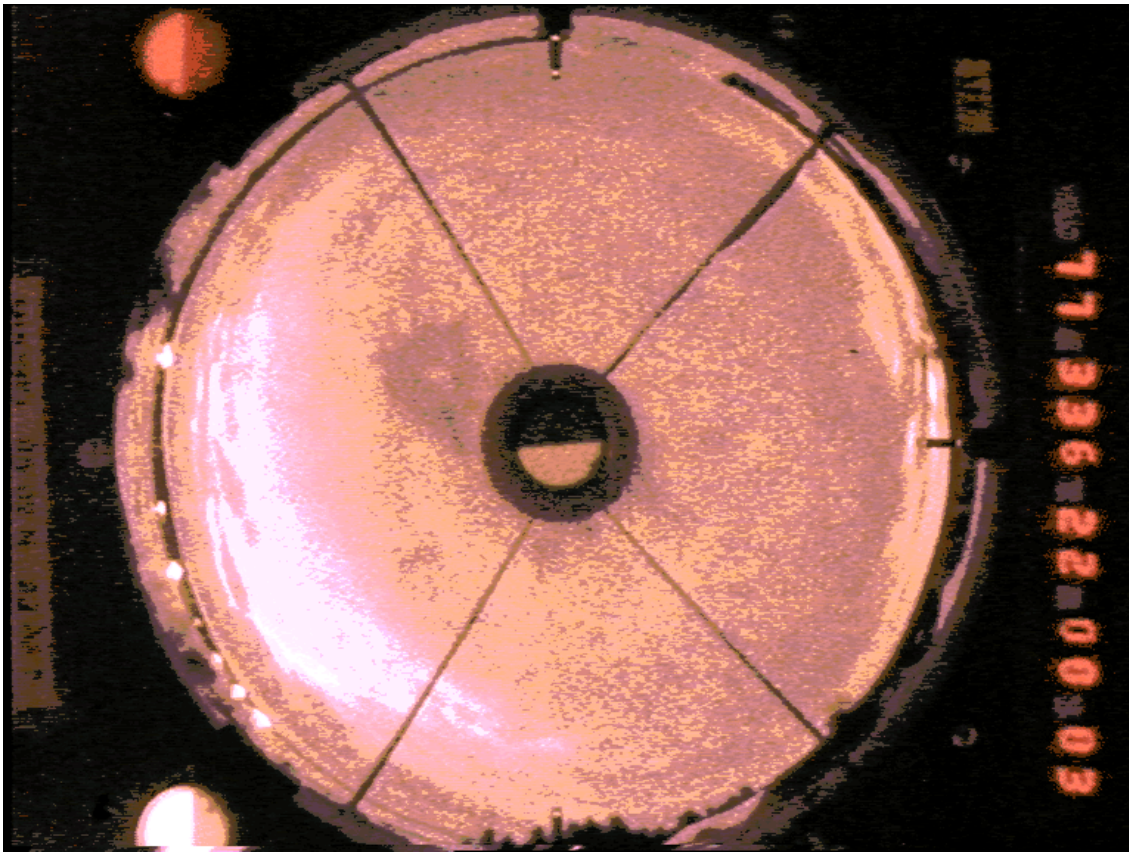


Abb. 67 Bild der All-Sky - Kamera der Station Muonio am 2.12.1977, 22:00 UT (Westen ist auf dem Bild links; Bild zur Erhöhung des Kontrastes bearbeitet).

gebietes die wesentlichen Strukturen der gemessenen Magnetfeldstörung wiedergeben und stützt somit unsere Resultate. Eine weitere wesentliche Stützung ergibt sich daraus, daß die All-Sky-Kamera der Station Muonio (Nordfinnland, $\eta = 68,02^\circ$, $\varphi = 23,53^\circ$) um 22:00 UT am Westhimmel eine ausgeprägte, in Nord-Süd-Richtung ausgerichtete Polarlichtform beobachtet (Abb. 67), welche in ihrer Lage gut mit der in unserem Resultat der Abb. 59 vorhandenen starken Leitfähigkeitserhöhung korreliert werden kann (A. Pajunpää, pers. Mitteilung). Diese Form ist auch einige Minuten vor und nach dem genannten Zeitpunkt sichtbar und weist wie die Signaturen in der Bodenmagnetfeldstörung eine Westwärtsbewegung auf. Unsere Ergebnisverteilungen erscheinen in diesem Licht also als Schnappschuß des mit dieser Polarlichtform verbundenen ionosphärischen Stromsystems.

Abschließend soll die Art und Weise, wie die charakteristische Signatur der Bodenmagnetfeldstörung durch das Stromsystem erzeugt wird, durch eine Aufspaltung desselben in seinen im Analysegebiet sowohl divergenz- als auch rotationsfreien (\vec{J}_{lap}), den durch Divergenzen im Analysegebiet verursachten rotationsfreien (\vec{J}_{cf}) und den durch

Rotationen im Analysegebiet verursachten divergenzfreien (\vec{J}_{df}) Anteil untersucht werden (vgl. Abschnitt 2.4). Wie schon in diesem Abschnitt sei nochmals explizit darauf hingewiesen, daß die oben erwähnten Teilstromsysteme i.a. nicht einzeln physikalisch reale Stromsysteme in dem Sinne sind, daß das Ohm'sche Gesetz nach Gl. (1) unter Verwendung des gesamten elektrischen Feldes \vec{E} auf sie angewandt werden kann (allerdings kann für $\Sigma_H^2 + \Sigma_P^2 \neq 0$ immer eine Aufspaltung $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$ angegeben werden, so daß für jedes der Teilstromsysteme unter Festhalten von Σ_H und Σ_P ein Ohm'sches Gesetz mit einem der \vec{E}_i ($i=1,2,3$) gefunden werden kann; diese partiellen elektrischen Felder weisen jedoch i.a. erhebliche Rotationen auf). Der Wert dieser Teilstromsysteme liegt hier darin, daß sie eine mögliche Aufspaltung von \vec{J} darstellen, die unmittelbar Aufschluß über die Zusammensetzung der Struktur der äquivalenten Ströme und damit der Magnetfeldstörung gibt.

Das Teilstromsystem \vec{J}_{lap} zeigt bis auf einzelne numerische Ungenauigkeiten ein recht homogenes westwärtiges Stromsystem mit Stromstärken von im Mittel ca. 1630 mA/m. Es erzeugt am Boden eine nordwärtige Magnetfeldstörung von im Mittel etwa 530 nT, welcher Wert recht gut mit der Amplitude des vor und unmittelbar nach der mit dem hier untersuchten Ereignis verbundenen Verstärkung vorhandenen gleichförmigen Westjets übereinstimmt. Dieses Stromsystem kann also als „Hintergrundsystem“ betrachtet werden, vor dem das Ereignis stattfindet, welches durch die Teilstromsysteme \vec{J}_{cf} (Abb. 69) und \vec{J}_{df} (Abb. 70) charakterisiert ist. Soweit sie von Quellen außerhalb des Analysegebietes erzeugt wird, ist allerdings auch die Verstärkung des Westjets durch das Ereignis in \vec{J}_{lap} enthalten. \vec{J}_{cf} wird durch in südwestliche Richtung fließende Ströme zwischen den Regionen der starken abwärts und aufwärts fließenden FACs im zentralen Norden bzw. Südwesten des Analysegebietes (vgl. Abb. 62) dominiert, die Stromstärken bis zu 1500 mA/m erreichen. Diese Ströme sind damit erheblich stärker als die des Teilstromsystems \vec{J}_{df} , welche nur Stromstärken bis zu 800 mA/m aufweisen. Da \vec{J}_{cf} zusammen mit den mit ihm verbundenen FACs kein Magnetfeld unterhalb der Ionosphäre erzeugt (vgl. Abschnitt 2.4), ist somit der größte Teil der mit dem Ereignis verbundenen Ionosphärenströme (boden)magnetisch „unsichtbar“. Im Teilstromsystem \vec{J}_{df} sind dagegen die typischen, durch das Ereignis auf den Westjet aufgeprägten Signaturen der äquivalenten Ströme vertreten: So ist sehr deutlich die beobachtete Nordablenkung dieser Ströme am 20. und 22. Längengrad erkennbar, und auch die Wirbelstruktur im Südwestbereich des Untersuchungsgebietes wird repräsentiert.

Zusammenfassend kann das hier analysierte Ereignis so beschrieben werden: Am 2. Dezember 1977, einem von sehr starker magnetischer Aktivität geprägten Tag, tritt 14

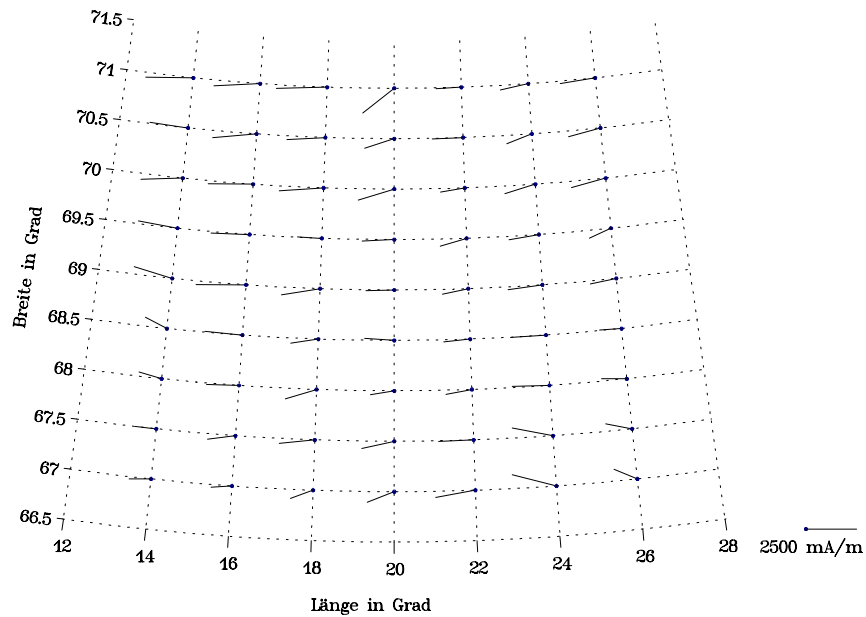


Abb. 68 Im Analysegebiet sowohl divergenz- als auch rotationsfreie Ströme \vec{J}_{lap} .

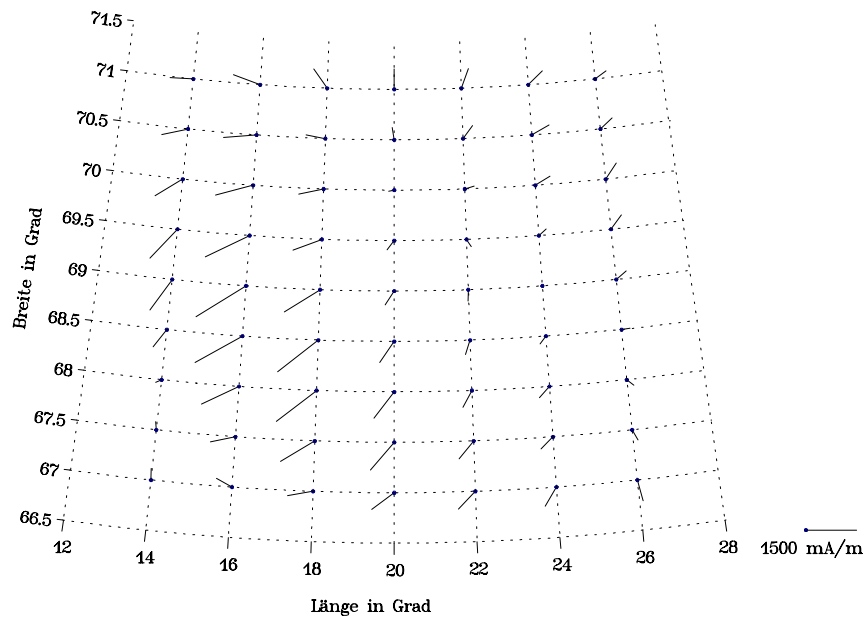


Abb. 69 Nur durch Divergenzen im Analysegebiet erzeugte Ströme \vec{J}_{cf} .

Minuten nach einem Polarlichtausbruch im westwärtigen Elektrojet für etwa 10 Minuten eine mit einer diskreten Polarlichtform verbundene und mit ca. 1,4 km/s westwärts ziehende Störung auf, die hier nahe ihrem Höhepunkt um 22:00 UT untersucht wurde. Die Störung erweist sich als sehr starke longitudinale, leicht in Nordwest-Südost-Rich-

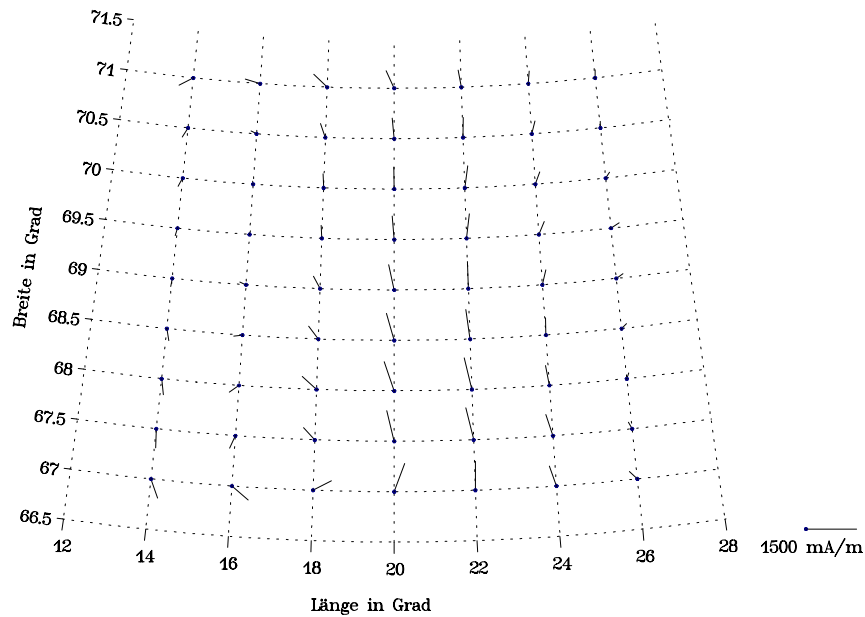


Abb. 70 Nur durch Rotationen im Analysegebiet erzeugte Ströme \vec{J}_{df} .

tung abgelenkte Leitfähigkeitserhöhung auf Werte bis über 200 S, an deren Rändern extrem starke feldparallele Ströme von bis zu 15 A/km² (abwärts fließende FACs) bzw. 25 A/km² (aufwärts fließende FACs) vorliegen, wobei letztere - obgleich nur teilweise im Analysegebiet präsent - stärker konzentriert zu sein scheinen, und durch in die Ionosphäre einfallende hochenergetische Elektronen einer mittleren kinetischen Energie von ca. 19 keV getragen werden. Diese hochenergetischen Elektronen dürften auch für die hohen Werte von Σ_H innerhalb der Polarlichtform verantwortlich sein. Die longitudinale Form der Leitfähigkeitserhöhung spiegelt sich in der Polarlichtform wider. Der größte Teil des Stromsystems der Störung ist bodenmagnetisch „unsichtbar“. Der bodenmagnetisch „sichtbare“ Teil des Störstromsystems erzeugt neben einer Verstärkung des präexistenten Westjets eine Nordablenkung der äquivalenten Ströme östlich der Leitfähigkeitserhöhung und eine Wirbelstruktur im Gegenuhrzeigersinn südlich von ihr.

Hinsichtlich der in der Einleitung gestellten Fragestellung der Anwendbarkeit der Charakteristikenmethode läßt sich festhalten, daß im untersuchten Ereignis trotz des recht homogenen elektrischen Feldes und des daraus resultierenden Verbleibens eines nicht unwesentlichen Teiles der mit dem unbekannten Randwert für Σ_H verbundenen Unsicherheit für die Lösung die markante Struktur der Leitfähigkeit zuverlässig bestimmt werden konnte. Ein solches Verhalten wird aber nur dadurch ermöglicht, daß im vorliegenden Fall eine extrem große Leitfähigkeitsänderung im Analysegebiet die genannte Unsicherheit marginalisiert.

5.4 Ereignis mit Daten der IMAGE- und Grönland-Magnetometerketten sowie des SuperDARN-Radars

5.4.1 Verstärkte Konvektion im Nachmittagsektor während eines Teilsturmes im Mitternachtsektor am 6. März 1996

Zwischen 13:40 UT und etwa 14:30 UT registrierten die nahe der Polarlichtzone gelegenen Magnetometerstationen der 210 MM - Magnetometerkette (Yumoto *et al.*, 1992) am 6. März 1996 einen von der Signatur her deutlichen, von der bodenmagnetischen Störamplitude mit bis ca. 250 nT aber eher mäßig starken Teilsturmeinsatz. Die für eine westward traveling surge (WTS) typische Magnetfeldsignatur eines starken Abfallens der H-Komponente auf negative Werte, verbunden mit einem kurzen Anstieg und darauf folgendem Abfallen der D-Komponente (z.B. Opgenoorth *et al.*, 1983) tritt zunächst bei der östlichsten der erwähnten Magnetometerstationen, Kotzebue in Alaska (KOT; $\eta = 66,9^\circ$, $\phi = 197,4^\circ$), um etwa 13:40 UT entsprechend 01:21 MLT auf, um dann wenige Minuten später in nach Westen wandernder Abfolge in mehreren ostsibirischen Stationen zu erscheinen, bis sie um ca. 14:30 UT entsprechend 22:25 MLT die westlichste Station Tixie (TIX; $\eta = 71,6^\circ$, $\phi = 128,8^\circ$) erreicht hat. Kurz nach 16:00 UT geht die bodenmagnetische Störung an allen Stationen auf das ungestörte Niveau zurück. Mit dem Anstieg der magnetischen Aktivität konsistent ist die Beobachtung des Satelliten WIND (z.B. Slavin *et al.*, 1996) einer von positiv auf negativ wechselnden B_z -Komponente des interplanetaren Magnetfeldes (IMF) um 12:50 UT. Da der Satellit bei $X_{GSM}=150 R_E$ und $Y_{GSM}=16 R_E$ positioniert war, würde diese Änderung des IMF bei einer geschätzten Fortpflanzungsdauer von der Position des Satelliten bis zur Magnetopause von 40 Minuten letztere also um etwa 13:30 UT erreichen. Die B_y -Komponente des IMF war während des ganzen Ereignisses negativ (Tim Yeoman, persönliche Korrespondenz).

Diese im Mitternachtsektor stattfindende teilsturmbedingte Verstärkung geht einher mit einer zeitgleichen bodenmagnetischen Verstärkung im Nachmittagsektor. Da für dieses Ereignis nur das östlichste, auch „CUTLASS“ genannte SuperDARN-Radarpaar nennenswerte Rückstreuung empfängt (vgl. Abb. 37), sind hier im weiteren nur die nördlichen Stationen der IMAGE-Magnetometerkette und die an der Ostküste Grönlands gelegenen Stationen der Grönland-Magnetometerketten von Belang, bei denen diese Verstärkung zwischen 13:40 UT und etwa 16:00 UT (entsprechend dem Intervall von 16:55 MLT bis 19:15 MLT auf Spitzbergen und 14:40 MLT bis 17:00 MLT bei 75°

Breite an der Ostküste Grönlands) maximale Amplituden von ca. 150 nT annimmt. Diese nur mäßig starken bodenmagnetischen Variationen spiegeln sich in niedrigen Werten des Kp-Index von 2_+ für das Intervall 12-15 UT und 2_- für das folgende Intervall von 15-18 UT wider.

Ursprünglich wurde dieses Ereignis ausgewählt, weil die SuperDARN-Daten des elektrischen Feldes während des genannten Zeitintervalles im Süden des Radarmeßgebietes mehrere, z.T. in Intervallen von nur 10 Minuten aufeinanderfolgende Drehungen von \vec{E} -Feld-Vektorpopulationen um 180° zeigten und somit auf eine schnelle Umstrukturierung des ionosphärischen Konvektionsmusters in diesem Bereich hindeuteten. Durch einen vom Autor durchgeführten Vergleich mit den besagten Magnetfelddaten, welche in denselben Intervallen keine wesentliche Änderung aufweisen, stellten sich dieses \vec{E} -Feld-Vektoren jedoch als fragwürdig heraus und wurden vom CUTLASS-Team wenig später als Folge eines technischen Fehlers an einer der Antennen der isländischen Radarstation erkannt (Tim Yeoman, persönliche Mitteilung). Dieser Fehler ist jedoch nur für die Vektoren in der genannten Region relevant und hat keine Auswirkungen auf die übrigen Meßwerte.

Obwohl mit der Erkenntnis dieses Fehlers die Relevanz des Ereignisses hinsichtlich geophysikalischer Schlußfolgerungen deutlich abnimmt, da es sich nunmehr als ein recht stationäres und nur zwischenzeitlich sich verstärkendes und dann wieder abschwächendes Konvektionsmuster darstellt, soll es hier kurz anhand eines Einzelzeitschrittes um 14:15 UT analysiert werden, um die Möglichkeit der Anwendung der Charakteristikenmethode auf diese Art der Eingabedatensätze für \vec{E} und \vec{B}_G zu untersuchen. Hinzu kommt, daß bislang - möglicherweise durch die derzeitige zeitliche Nähe zum solaren Minimum bedingt - sich keine Ereignisse anbieten, für die gute Rückstreuung von allen drei SuperDARN-Radarpaares verfügbar wäre (Tim Yeoman und Raymond Greenwald, persönliche Korrespondenz).

Ein wesentliches Problem unserer Eingabedatensätze wird unmittelbar bei der Betrachtung der um 90° gedrehten Vektoren der Bodenmagnetfeldstörung (Abb. 71) im Vergleich zu den CUTLASS-Meßvektoren des elektrischen Feldes für unseren Zeitschritt (Abb. 72) deutlich: Während das Zentrum des Gebietes der Radarrückstreuung über dem Nordmeer liegt, klafft dort hinsichtlich der Bodenmagnetometer eine 20 Längengrade umfassende Datenlücke, die ohne das Hinzufügen des Meßvektors des Observatoriums auf der Jan-Mayen-Insel sogar 30 Längengrade breit sein würde. Abgesehen von der Region über Spitzbergen und der Bäreninsel (die fünf nordöstlichen Stationen in Abb. 71) beranden die Magnetometerdaten also mehr die Radardaten als daß sie diese überlappen.

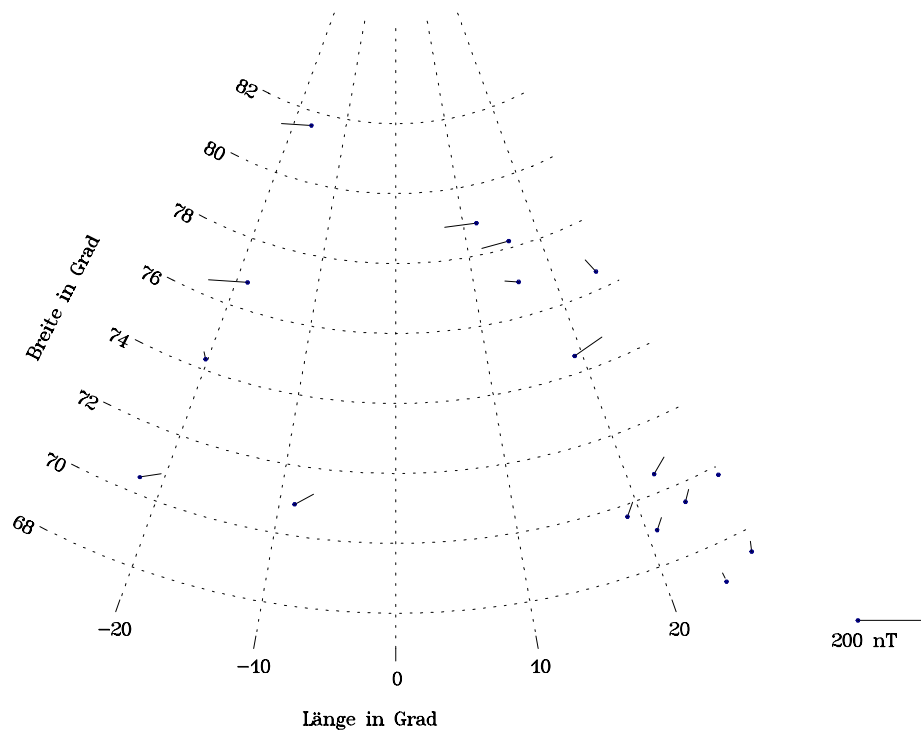


Abb. 71 Um 90° im Uhrzeigersinn gedrehte Bodenmagnetfeldstörungen, gemessen von der IMAGE-Magnetometerkette (rechts), den an der Ostküste Grönlands befindlichen Stationen der Grönland-Magnetometerkette (links) und dem Observatorium auf der Jan-Mayen-Insel (mitte links), am 6.3.1996 um 14:15 UT.

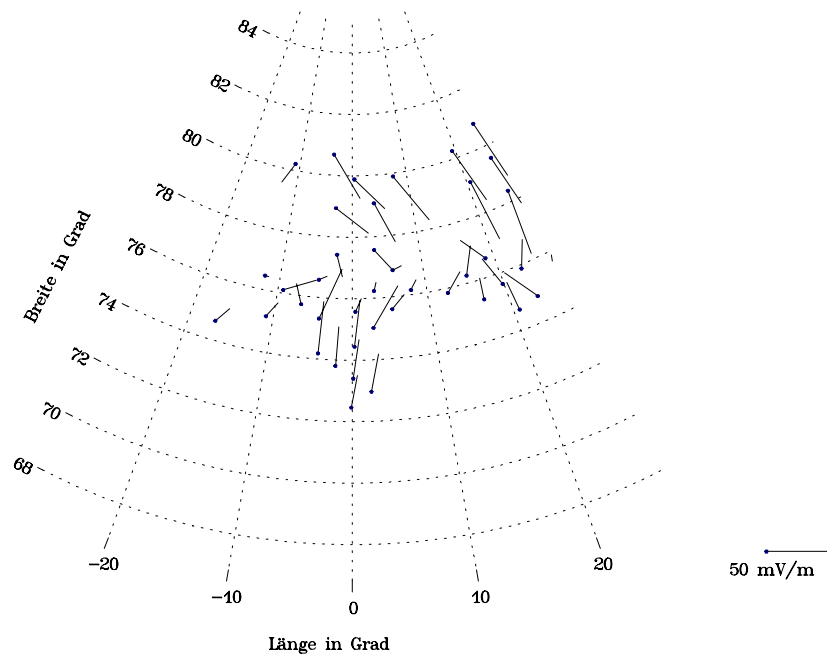


Abb. 72 Von CUTLASS gemessene Daten des ionosphärischen elektrischen Feldes am 6.3.1996, 14:15 UT.

Die sich aus dieser Situation ergebenden Konsequenzen für die weitere Bearbeitung werden weiter unten besprochen. Hinsichtlich der in Abschnitt 5.1 aufgestellten Kriterien für die Ereignisauswahl ist also festzustellen, daß sowohl - wie oben erwähnt - das Kriterium der Relevanz der untersuchten Situation wie auch das der Überlappung der Eingabemeßdaten an der Grenze zur Nichterfülltheit stehen. Dies wird jedoch teilweise damit kompensiert, daß das Kriterium der systematischen Neuheit gut erfüllt ist, da ein Untersuchungsgebiet der hier verwendeten Ausdehnung bislang noch nicht mit direkten Methoden zur Bestimmung ionosphärischer elektrodynamischer Parameter verwendet wurde.

Die Bodenmagnetometerdaten zeigen das Vorhandensein eines ostwärtigen Elektrojets südlich einer hier als „Konvektionsgrenze“ bezeichneten Linie an, der ähnlich wie der westwärtige Elektrojet nördlich dieser Linie Amplituden bis maximal 120 nT erreicht. Der Ostjet zeigt über den südlichen Stationen der IMAGE-Kette, d.h. über Skandinavien, eine deutliche Nordablenkung (am südöstlichen Rand in Abb. 71). Direkt an der Konvektionsgrenze zeigen die um 90° im Uhrzeigersinn gedrehten Vektoren von \vec{B}_G in nördliche Richtung. Diese Grenze schneidet den Westrand des Meßgebietes bei ca. 74° Breite und erreicht dessen Ostrand bei etwa 76° Breite. Daß es sich bei dieser Konvektionsgrenze um ein in der ganzen Längenausdehnung des Meßgebietes, also auch im Bereich der Datenlücken in dessen Mitte, vorhandenes Phänomen handelt, wird zum einen dadurch nahegelegt, daß diese Struktur im Bereich der Meßstationen über das gesamte Zeitintervall des oben beschriebenen Ereignisses stationär bleibt, und zum anderen dadurch, daß sich eine ebensolche Grenze, wenn auch zwischen dem $76.$ und $77.$ Breitengrad und damit etwas nördlicher als in den Magnetfelddaten, über den gesamten Längenbereich durch die Meßdaten von \vec{E} zieht (Abb. 72). Südlich dieser Grenze zeigt \vec{E} im wesentlichen nach Norden und nördlich von ihr nach Süden, wobei in beiden Bereichen teilweise deutliche Ostablenkungen der Vektoren zu erkennen sind. $|\vec{E}|$ ist nördlich der Grenze mit im Mittel ca. 45 mV/m etwas größer als südlich von ihr mit ca. 35 mV/m .

Die hier beschriebene Situation weist hinsichtlich der Struktur von \vec{E} und \vec{B}_G gewisse Ähnlichkeiten mit derjenigen der in Abschnitt 5.3.1 untersuchten Harang-Diskontinuität (HD) auf. Dennoch kann die hier vorhandene Konvektionsgrenze nach der Definition von Harang (1946) nicht als HD beschrieben werden, da diese Definition auf einem Nulldurchgang der H-Komponente eines Magnetometers als Funktion der Zeit beruht. Da unsere Konvektionsgrenze ihre räumliche Lage während des Ereignisses praktisch nicht ändert, tritt hier bei keiner der beteiligten Magnetometerstationen ein solcher Nulldurchgang auf. Ein weiterer Unterschied zu der in Abschnitt 5.3.1 geschilderten

Situation liegt darin, daß hier das elektrische Feld Ablenkungen hauptsächlich in Ostrichtung und dort in Westrichtung aufweist.

Würden die Daten von \vec{B}_G direkt in die die spherical cap harmonic analysis (SCHA/ vgl. Abschnitt 2.3) verwendenden Programme zur Feldtrennung, Feldfortsetzung und Umrechnung der Magnetfeldstörung in äquivalente Ströme eingespeist, so wären aufgrund der geschilderten Datenlücken die harmonischen Basisfunktionen im Zentrum des in Abb. 71 gezeigten Gebietes schlecht definiert, und die Lösung für $\vec{J}_{eq,lon}$ würde dort erhebliche Schwingungen aufweisen. Daher ist es hier nötig, \vec{B}_G vor Eingabe in diese Programme zu interpolieren. Um bei dieser Interpolation ein mit der geophysikalischen Situation einer etwa geradlinigen Konvektionsgrenze konsistentes Resultat zu erzielen, wird die Interpolation mittels sphärischer Elementarstromsysteme (vgl. Abschnitt 3.7) gewählt und Pole der Elementarsysteme nur im Bereich zwischen 72° und 77° Breite, d.h. in einem die Konvektionszone umschließenden Breitenstreifen zugelassen. Zudem profitiert die Interpolation von der Eigenschaft der Methode, ein explizit rotationsfreies Vektorfeld für die Horizontalkomponente von \vec{B}_G erstellen zu können. Die Interpolation von \vec{E} auf ein Gitter wird mit derselben Methode, allerdings ohne die bei dieser Verteilung nicht nötige Vorgabe der Pole auf einem begrenzten Streifen durchgeführt. Da in beiden Fällen (besonders aber bei der Interpolation von \vec{B}_G) die Lösungsmatrizen schlecht konditionierte Anteile aufweisen, werden diese durch Wahl von $\varepsilon=0,1$ (zur Definition dieses Parameters siehe Abschnitt 3.7) eliminiert, was gleichzeitig zu einer Glättung sowie zu einer leichten Amplitudenverminderung der interpolierten Vektorfelder führt.

Die resultierenden Gitterverteilungen für $\vec{J}_{eq,lon}$ und für \vec{E} sind in Abb. 73 und Abb. 74 auf einem Gitter der Ausdehnung $\eta = [70^\circ; 80^\circ]$ mit $\Delta\eta = 1^\circ$ sowie $\varphi = [-20^\circ; 20^\circ]$ mit $\Delta\varphi = 4^\circ$ dargestellt. In beiden Vektorfeldern werden die Konvektionsgrenze wie auch die übrigen Strukturmerkmale der gemessenen Verteilungen im wesentlichen gut wiedergegeben. Allerdings sind lokale Details, wie z.B. das Verschwinden der Nordkomponente von $\vec{J}_{eq,lon}$ an der Konvektionsgrenze im Zentrum des Analysegebietes oder seine Amplitudenverringerng am Südrand zwischen -12° und -4° Länge durch die Meßdaten weder verifizierbar noch falsifizierbar und können also artifiziell sein. Zudem ist festzustellen, daß $|\vec{E}|$ nach der Interpolation auf das Gitter nördlich und südlich der Konvektionsgrenze ähnliche Werte annimmt, was neben der erwähnten Setzung des Parameters ε vermutlich auf das Vorhandensein von durch Rotationen bedingter Anteile in den Meßwerten von \vec{E} zurückzuführen ist, welche bei der Interpolation mit der Nebenbedingung der Rotationsfreiheit absepariert wurden (da die

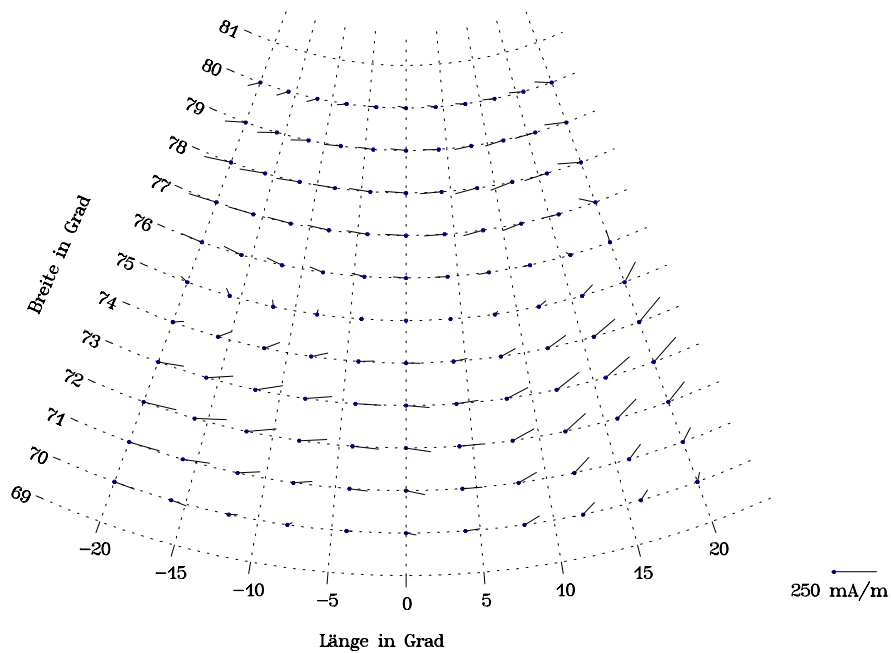


Abb. 73 Ionosphärische äquivalente Ströme am 6.3.1996, 14:15 UT.

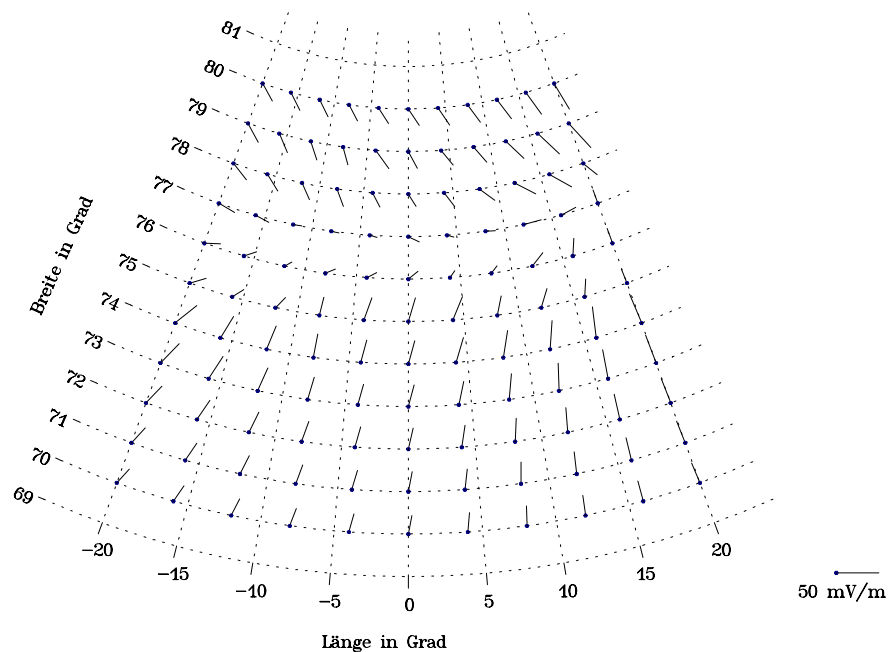


Abb. 74 Auf ein Gitter interpoliertes ionosphärisches elektrisches Feld am 6.3.1996, 14:15 UT.

SuperDARN-Meßdaten über ein Intervall von 10 Minuten integriert wurden und die Situation insgesamt fast stationär erscheint, sind keine physikalisch realen Rotationen von

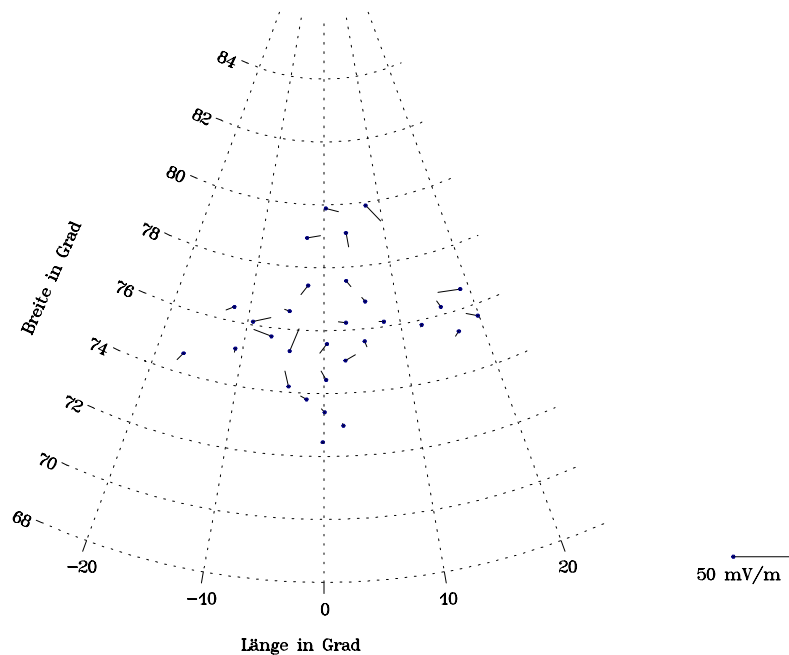


Abb. 75 Differenz zwischen den Meßvektoren von \vec{E} wie in Abb. 72 und den aus dem interpolierten elektrischen Feld (Abb. 74) auf die Meßpunkte - soweit sie im Interpolationsgebiet liegen - zurückinterpolierten \vec{E} -Feld-Vektoren.

\vec{E} zu erwarten). Die Differenz zwischen den gemessenen Werten von \vec{E} (Abb. 72) und den von dem interpolierten elektrischen Feld (Abb. 74) auf die Meßpunkte zurückinterpolierten Werten ist in Abb. 75 dargestellt. Das Leitfähigkeitsverhältnis α wurde entsprechend der moderaten magnetischen Aktivität uniform auf den Wert 1,2 abgeschätzt.

Die resultierenden Charakteristiken zeigt Abb. 76. Im Bereich des Ostjets verlaufen die Charakteristiken in Nordwest-Südost-Richtung, nachdem sie einen Charakteristikenstreifen, der sich entlang der im elektrischen Feld vorhandenen Konvektionsgrenze zieht (vgl. Abb. 74), in südliche Richtung verlassen haben. Nördlich dieses Streifens ist die Neigung der Charakteristiken gegen die Längengrade stärker, bevor sie das Untersuchungsgebiet am Nordrand in nordwestliche Richtung verlassen. Wegen der mit der Divergenz von \vec{V} bzw. \vec{E} an dem Charakteristikenstreifen verbundenen Auffächerung der Charakteristiken beträgt der Anteil des beeinflussenden Randes am gesamten Rand nur ca. 11 %. Es ist interessant festzustellen, daß das Muster unserer Charakteristiken gut mit dem des in Kapitel 4 erstellten Modelles der nördlichen Polarlichtzone im selben Sektor übereinstimmt: Da das Gebiet in Abb. 76 um 14:15 UT etwa den Bereich zwischen 15:15 MLT und 17:30 MLT überdeckt, ist bei dem Vergleich der Charakteristiken des erwähnten Modelles in Abb. 31 der Längenbereich zwischen ca. 49° und 82° Länge zu betrachten. Dort ist ein zwischen 74° und 76° Breite, also aufgrund der in dem Modell stärker

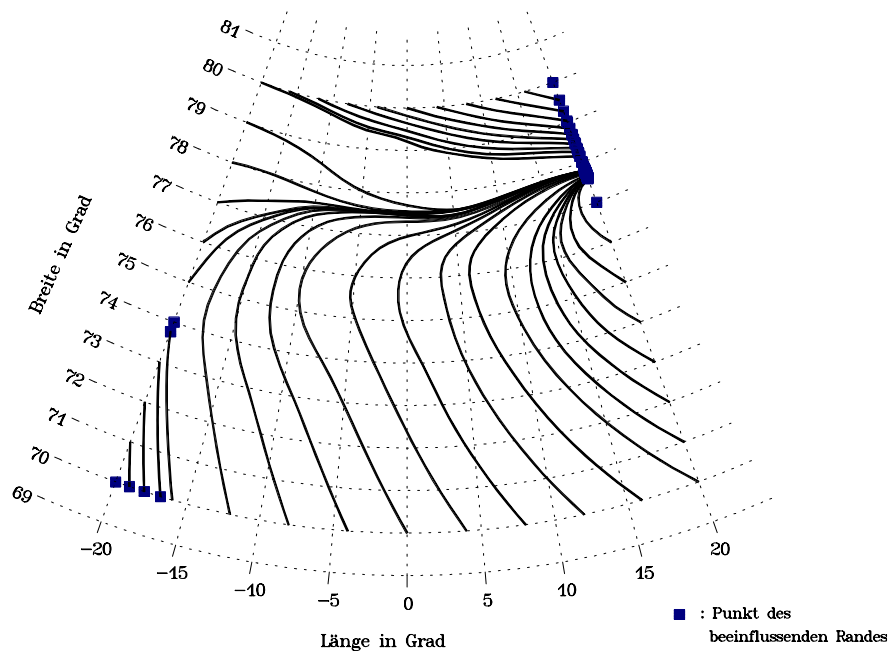


Abb. 76 Resultierende Charakteristiken.

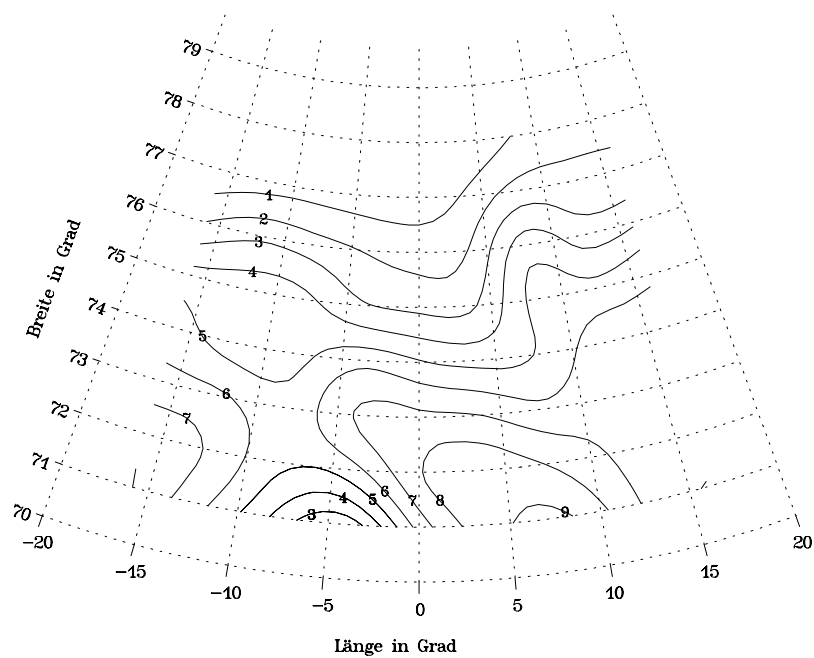


Abb. 77 Resultierende Hall-Leitfähigkeitsverteilung (in S); am Nordrand des Untersuchungsgebietes wurden wegen im Nordwesten sich ergebender negativer Σ_H -Werte zwei Gitterpunkte weggelassen.

gestörten Situation etwas weiter südlich als in dem in diesen Abschnitt untersuchten Ereignis, ein Charakteristikenstreifen zu erkennen, von dem aus die Charakteristiken

nach Süden mit genau derselben Ostablenkung wie in Abb. 76 und nach Nordwesten in Richtung auf die Polkappe ebenfalls wie in dieser Abbildung mit stärkerer Neigung gegen konstante Länge abzweigen.

Die oben erwähnte große Divergenz von \vec{V} an dem Charakteristikenstreifen führt ähnlich wie bei dem Anwendungsbeispiel anhand einer Harang-Diskontinuität (Abschnitt 5.3.1) dazu, daß die Differenz zwischen der oberen und unteren Abschätzung für Σ_H bis auf kleine Bereiche entlang der im Analysegebiet kurzen Charakteristiken im Südwesten und Nordosten durchgehend kleiner als 1 S ist. Allerdings treten im Nordwesten des Analysegebietes in einer Region, in der die Differenz zwischen diesen beiden Abschätzungen vernachlässigbar ist, leicht negative Hall-Leitfähigkeiten auf, was auf durch die Interpolation verursachte Inkonsistenzen in den Eingabeverteilungen schließen läßt. Wir beschränken uns daher in Abb. 77 für die resultierende Verteilung für Σ_H auf ein im Norden um zwei und an den anderen Rändern um einen Gitterpunkt verkleinertes Gebiet, wodurch die erwähnten inkonsistenten Bereiche wie auch diejenigen mit nicht vernachlässigbaren Differenzen zwischen diesen beiden Abschätzungen ausgeklammert werden, und stellen im verbleibenden Gebiet wieder den Mittelwert zwischen den beiden Abschätzungen dar. Generell ist ein kontinuierliches Abnehmen von Σ_H von Werten um 7 S im Süden des in Abb. 77 gezeigten Gebietes auf sehr kleine Werte zwischen 1 S und 2 S in dessen Norden zu erkennen. Diese Situation legt die Vermutung nahe, daß die Leitfähigkeit in diesem Ereignis im wesentlichen durch den UV-Anteil der solaren Einstrahlung und weniger durch den Effekt in die Ionosphäre einfallender Partikel verursacht sein könnte. Das Absinken von Σ_H am Südrand zwischen -12° und -4° Länge ist mit der oben erwähnten Verringerung von $\vec{J}_{eq, Ion}$ im selben Gebiet verknüpft und kann wie diese durch Interpolationsungenauigkeiten der Eingabeverteilungen bedingt sein. Insgesamt dürfte die resultierende Verteilung für Σ_H eine vernünftige Repräsentation der großräumigen Struktur dieser Größe darstellen, jedoch sind lokale Details wie das oben erwähnte oder wie der West-Ost-Gradient in der Nähe von $\eta = 76^\circ$, $\varphi = 5^\circ$ nicht ausreichend durch die Meßdaten unterstützt und sollten daher bei einer Interpretation der Ergebnisse nicht mit zu großem Gewicht belegt werden.

Aus demselben Grunde werden wir hier auf eine eingehende Analyse des resultierenden ionosphärischen Stromsystems verzichten und uns mit einer Beschreibung der Verteilungen für \vec{J} (Abb. 78) und j_{\parallel} (Abb. 79) begnügen. Südlich der Konvektionsgrenze zeigt \vec{J} einen ostwärtigen Elektrojet mit deutlicher Nordablenkung, während die Ströme nördlich dieser Grenze aufgrund der dort geringen Leitfähigkeiten schwach ausgeprägt sind. Die Verteilung von j_{\parallel} wird durch das Abfließen der an der Konvektionsgrenze

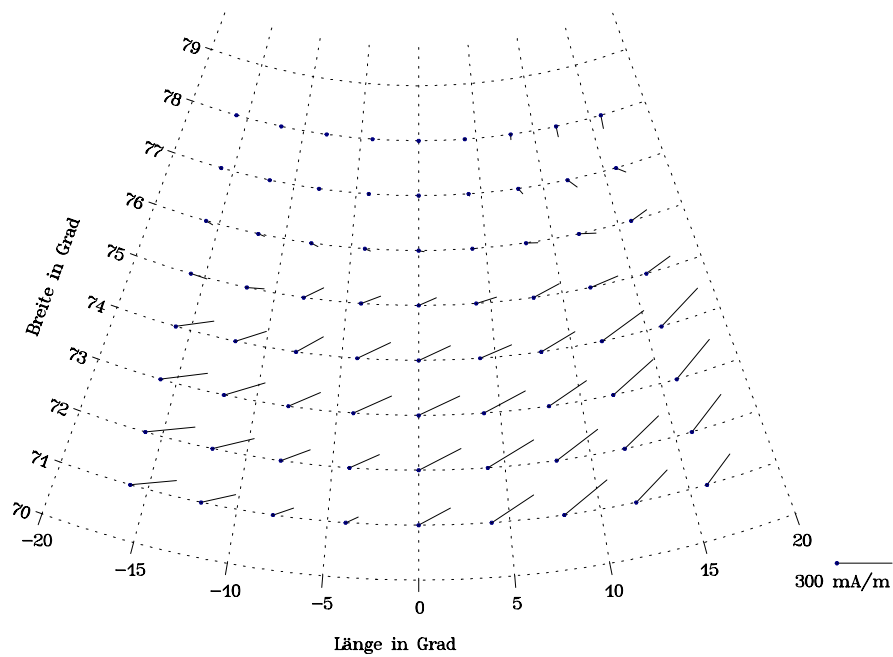


Abb. 78 Resultierende horizontale Ionosphärenströme.

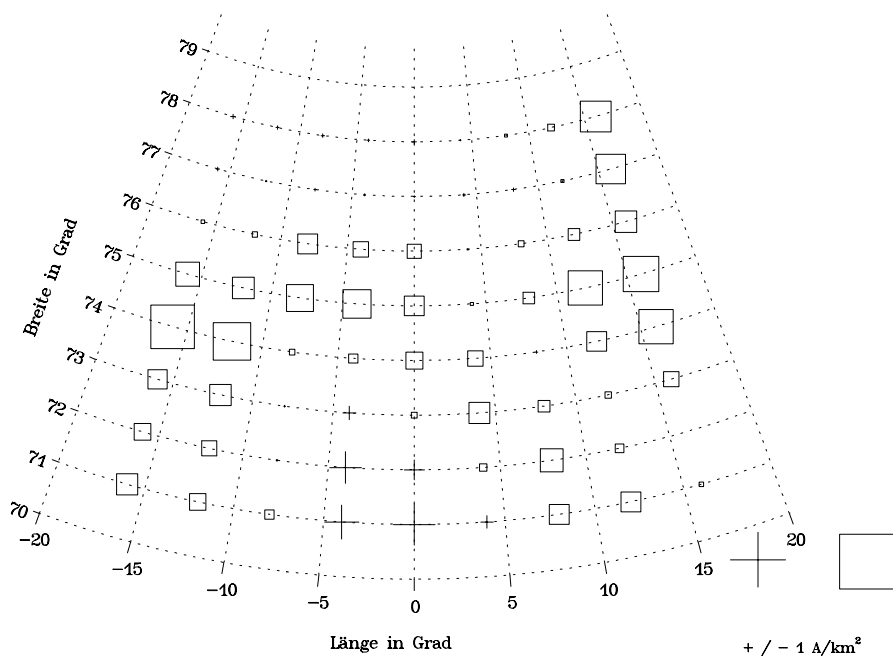


Abb. 79 Resultierende feldparallele Ströme.

angelangten Ströme des Ostjets in die Magnetosphäre dominiert, wodurch an jener feldparallele Ströme von bis zu $0,7 \text{ A/km}^2$ auftreten. Die FACs am Südrand des Untersuchungsgebietes, insbesondere die abwärts gerichteten bei -4° und 0° Länge, sind zur

Hauptsache durch die oben erwähnte vermutlich artifizielle Leitfähigkeitserniedrigung verursacht. Der Schwerpunkt der FACs in Breitenrichtung erscheint hier - analog zu der in Abschnitt 5.3.1 analysierten Harang-Diskontinuität - näher zu der magnetisch als zu der elektrisch definierten Konvektionsgrenze.

Hinsichtlich der methodischen Fragestellung läßt sich zusammenfassend feststellen, daß eine Struktur der Eingabedatensätze wie bei dem hier untersuchten Ereignis - also nur Daten eines SuperDARN-Radarpaares, dessen Meßvektoren im wesentlichen über dem Ozean liegen und von den Magnetfelddaten nur berandet werden - für die Anwendung der Charakteristikenmethode generell nicht gut geeignet ist, weil die Unsicherheiten in den interpolierten Eingabeverteilungen für die Methode im Bereich der Datenlücken zu groß sind. Zwar konnten wir hier aufgrund der Stationarität der geophysikalischen Situation mit einer ortsfesten Konvektionsgrenze im großen plausible Eingabeverteilungen und auch ein im wesentlichen realistisches Resultat für die Verteilung von Σ_H und des ionosphärischen Stromsystemes erzielen, jedoch können die Resultate aufgrund der Unsicherheiten nicht so im Detail diskutiert werden wie in den vorigen Anwendungsbeispielen. Zudem wäre es im Falle einer dynamischeren Situation als der hier analysierten mit gleich strukturierten Eingabedatensätzen sehr fraglich, ob eine vernünftige Interpolation der Eingabeverteilungen möglich wäre. Es sei jedoch bemerkt, daß die mit den Datenlücken in den Magnetfelddaten auftretenden Probleme erheblich verringert würden, wenn Meßdaten von allen drei SuperDARN-Radarpaaren vorlägen, da dann der Gitterpunktabstand vergrößert werden könnte und die Skalenlänge der Datenlücken relativ zur Skalenlänge des gesamten Untersuchungsgebietes deutlich kleiner wäre.

Zur inhaltlichen Fragestellung kann festgehalten werden, daß unser Ergebnis von nach Norden hin allmählich abnehmenden Leitfähigkeiten in der Größenordnung von bis zu 8 S am Südrand des Analysegebietes zum einen gut mit dem nur moderat gestörten bodenmagnetischen Charakter des Ereignisses übereinstimmt, zum anderen eine im wesentlichen durch den UV-Anteil der Sonnenstrahlung erzeugte Leitfähigkeit andeuten könnte. Ein mögliches Szenario wäre also, daß aufgrund des Teilsturmes im Mitternachtsektor sich zwar die Konvektion und damit \vec{E} im Nachmittagssektor zeitgleich mit dem Teilsturm erhöhen, die UV-erzeugten Leitfähigkeiten aber, wenn überhaupt, so nur geringfügig beeinflußt werden.

6 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

Nach einigen einführenden historischen Bemerkungen, einer methodischen Übersicht sowie der Definition der Ziele dieser Arbeit in Kapitel 1 wurde in Kapitel 2 die Theorie der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode entwickelt, welche die bestehende kartesische Variante der Methode (Inhester *et al.*, 1992; Amm, 1994, 1995) zur Anwendung auf Untersuchungsgebiete erweitert, für die die Krümmung der Erdoberfläche nicht vernachlässigbar ist. Auf einen Überblick in Abschnitt 2.1 folgend war das wesentliche Resultat aus Abschnitt 2.2, daß unsere Modellannahme radial fließender feldparalleler Ströme polwärts von etwa 45° Breite zu nur geringfügigen Fehlern, sowohl hinsichtlich der verwendeten Form des Ohm'schen Gesetzes als auch in Bezug auf das von den Strömen am Boden erzeugte Magnetfeld führt. In Abschnitt 2.3 wurde dann gezeigt, wie aus der Bodenmagnetfeldstörung die ionosphärischen äquivalenten Ströme - unter Verwendung der Methoden der Feldtrennung, Feldfortsetzung und Umrechnung des magnetischen Potentials unmittelbar unterhalb einer Kugelschale in die Stromfunktion der es erzeugenden, auf der Schale fließenden Ströme - berechnet werden können. Zentrales Hilfsmittel war dabei die „spherical cap harmonic analysis“ (SCHA), die eine sphärische harmonische Analyse auf Teilen der Erdkugel erlaubt. Abschnitt 2.4 erläuterte, wie ein beliebiges gegebenes ionosphärisches Stromsystem in eine Superposition aus sphärischen Elementarstromsystemen zerlegt werden kann. Da das rotationsfreie der beiden Elementarstromsysteme zusammen mit den es begleitenden feldparallelen Strömen keine Magnetfeldstörung unterhalb der Ionosphäre erzeugt, folgte, daß auch das gesamte rotationsfreie Stromsystem keine solche Störung verursacht und somit die äquivalenten Ströme unterhalb der Ionosphäre in sphärischer Geometrie (wie schon in kartesischer) identisch mit dem divergenzfreien Anteil der Ionosphärenströme sind. Zudem erfolgte in diesem Abschnitt ein Exkurs über weitere Anwendungen der Elementarstromsysteme, u.a. anhand des Modelles eines Cowling-Kanals. Anhand dieser Anwendungen zeigte sich auch, daß der Versuch, die Lage und Stärke von FACs allein aus der Magnetfeldstörung am Boden zu bestimmen, in großen Fehlern resultieren kann. Nachdem somit die geometrieabhängigen Probleme gelöst wurden, konnten die Kerngleichungen der Charakteristikenmethode aufgrund ihres lokalen Charakters in Abschnitt 2.5 ganz analog zum kartesischen Fall entwickelt werden. Da der Unterschied verschiedener Geometrien in diesen Gleichungen - unter Voraussetzung der Lösbarkeit der Probleme der Abschnitte 2.2 - 2.4 in diesen Geometrien - nur in der Verwendung der jeweiligen metrischen Faktoren besteht, wurden die Endgleichungen in allgemeinen krummlinigen Koordinaten formu-

liert. Schließlich wurde in Abschnitt 2.6 gesondert darauf hingewiesen, daß mit der Charakteristikenmethode auch explizit zeitabhängige Situationen untersucht werden können, da sie keine Annahmen hinsichtlich der Rotation des elektrischen Feldes erfordert.

Kapitel 3 enthält einen Überblick über einige ausgewählte Methoden zur Interpolation von Meßdaten auf ein reguläres Gitter, wie sie für die Anwendung der Charakteristikenmethode auf reale Datensätze (Kapitel 5) benötigt werden. Neben der Beschreibung und Bewertung existierender Methoden in Bezug auf ihre Nützlichkeit bei verschiedenartig strukturierten Meßdatensätzen wurde auch ein neues Interpolationsverfahren erstellt, das auf den in Abschnitt 2.4 entwickelten sphärischen Elementarvektorsystemen aufbaut, und das explizit rotations- und/ oder divergenzfreie Interpolation von Vektorfeldern ermöglicht.

In Kapitel 4 erfolgte ein Test der Anwendbarkeit der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode anhand eines Modelles der makroskopischen ionosphärischen Elektrodynamik der gesamten nördlichen Polarlichtzone, also des größten in der Praxis denkbaren Anwendungsbereiches, indem überprüft wurde, wie gut die Methode die modellierten Verteilungen mit aus dem Modell analytisch berechneten Eingabedaten reproduzieren kann. Der Test ergab eine im wesentlichen sehr genaue Wiedergabe des Modelles durch die Resultate der Methode. Allerdings treten entlang einiger sehr langer Charakteristiken und in Bereichen, in denen die Änderungsskalen der analytisch berechneten Eingabegrößen für die Methode deutlich kleiner als der gewählte Gitterpunkt- abstand sind, numerische Fehler auf. Deren Größe ist in beiden Fällen direkt mit der Gitterpunktdichte, die im Falle einer realen Meßsituation von der Dichte der Meßpunkte bestimmt würde, korreliert.

Die Anwendbarkeit der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode auf reale Meßdaten als Eingabedatensätze wurde abschließend in Kapitel 5 gezeigt. Methodisch lassen sich die drei Anwendungsbeispiele nach zwei verschiedenen Gesichtspunkten unterteilen, nämlich:

- 1) nach der Struktur der Eingabedatensätze, einerseits hinsichtlich der Anzahl und Überlappung der Meßwerte für \vec{E} und \vec{B}_G , andererseits hinsichtlich der im Untersuchungsgebiet auftretenden absoluten Werte von $C = \nabla_b \cdot \vec{V} \approx \nabla_b \cdot \vec{E}$, welche die Größe des verbleibenden Anteiles der Abschätzung von $\Sigma_H(\vec{r}_0)$ in der Lösung für Σ_H entlang der Charakteristiken bestimmen.

Bei dem Anwendungsbeispiel einer Harang-Diskontinuität (Abschnitt 5.3.1) lag sowohl eine gute Datenüberdeckung vor, als auch liefen fast alle Charakteri-

stiken durch Regionen mit großem $|C|$, wodurch ein schnelles Abklingen des anfangswertabhängigen Teiles der Lösung für Σ_H gewährleistet ist. Somit waren die Ergebnisse eindeutig determiniert und konnten detailliert analysiert werden. Bei den beiden folgenden Anwendungsbeispielen war jeweils eine der beiden erwähnten Eigenschaften nicht erfüllt: Im Falle der longitudinalen Leitfähigkeits-erhöhung im westwärtigen Elektrojet (Abschnitt 5.3.2) war zwar die Datenüberdeckung gut, aber durch ein relativ homogenes \vec{E} -Feld verblieb ein nicht unwesentlicher Teil des anfangswertabhängigen Anteiles als Unsicherheit in der Lösung für Σ_H . Diese Unsicherheit wurde jedoch durch die sehr großen Leitfähigkeitsänderungen im Analysegebiet marginalisiert, so daß die Gradienten von Σ_H und damit - mit der Einschränkung der Annahme für α - auch die feldparallelen Ströme gut determiniert sind, und die verbleibende Unsicherheit im interessierenden Gebiet relativ zum Gesamtbetrag der Lösung gering ist. Bei dem Anwendungsbeispiel der erhöhten Konvektion im Nachmittagsektor während eines Teilsturmes im Mitternachtsektor (Abschnitt 5.4.1) war dagegen durch das Vorhandensein einer großen Werte von $|C|$ bedingenden Konvektionsgrenze im Untersuchungsgebiet ein schnelles Abklingen der anfangswertbedingten Unsicherheit entlang fast aller Charakteristiken verbürgt, aber vor allem aufgrund der bei einer gesamten Längenausdehnung des Analysegebietes von 40° mit 20 Längengraden relativ breiten Datenlücke in den Meßwerten für \vec{B}_G ergaben sich Unsicherheiten bei der Interpolation der Eingabegrößen der Methode auf ein Gitter, welche sich in ebensolchen in den Resultaten niederschlagen. Während hier die Absolutwerte der Lösung für Σ_H in ihrer großräumigen Struktur gut determiniert erscheinen, sind lokale Gradienten in dieser Lösung möglicherweise interpolationsbedingte Artefakte.

- 2) nach der Ausdehnung des Untersuchungsgebietes: Während die Analysegebiete der beiden Anwendungsbeispiele unter Verwendung von SMA- und STARE-Daten (Abschnitte 5.3.1 und 5.3.2) von einer Größe sind, die noch eine Anwendung der kartesischen Variante der Charakteristikenmethode erlauben würde, ist das Anwendungsbeispiel aus Abschnitt 5.4.1 nur mit der sphärischen Variante der Methode analysierbar. Die beiden ersten Beispiele zeigen, daß die sphärische Variante auch für kleinräumige Untersuchungsgebiete verwendet werden und somit als die kartesische Variante umfassend betrachtet werden kann. Das letzte Beispiel demonstriert - trotz der erwähnten Einschränkungen - neben der Modellanwendung aus Kapitel 4 das Funktionieren der Methode auch auf groß-

räumigen Untersuchungsgebieten.

Hinsichtlich der inhaltlichen Fragestellung läßt sich festhalten, daß die Charakteristikenmethode in allen Anwendungsbeispielen plausible flächenhafte Verteilungen des instantanen elektrodynamischen Zustandes der Ionosphäre liefert, ohne wie andere Verfahren auf die Kombination vieler Meßzeitschritte unter der Annahme der Stationarität der physikalischen Situation, auf statistische ‘a priori’-Annahmen oder auf Anpassungen mit Methoden der kleinsten Quadrate zurückgreifen zu müssen. Der Grad der Detailliertheit, mit dem die Ergebnisse interpretiert werden können, hängt im wesentlichen von der Struktur der Eingabedatensätze wie oben unter 1) erläutert ab.

Im Falle des Anwendungsbeispiels anhand der Harang-Diskontinuität handelt es sich um die erste instantane Bestimmung der flächenhaften Elektrodynamik dieser Struktur mit einer direkten Methode. Aus dieser Analyse konnten detaillierte neue inhaltliche Schlußfolgerungen gezogen werden, von denen besonders der asymmetrische Charakter des Stromsystems in Bezug auf die Diskontinuität und die deutlichen strukturellen Unterschiede in den Verteilungen der mit den Hall- und den Pedersen-Strömen verbundenen feldparallelen Ströme hervorgehoben werden sollen. Bei der longitudinalen Leitfähigkeits-erhöhung im Westjet konnte das mit einer diskreten Polarlichtform verbundene Stromsystem trotz einer möglichen Schwankungsbreite seiner Amplitude in seiner Struktur genau bestimmt und mit den Resultaten die typischen Merkmale der durch es verursachten bodenmagnetischen Variation erklärt werden. Das letzte Beispiel der erhöhten Konvektion im Nachmittagsektor ist schließlich die erste Anwendung, bei der SuperDARN-Daten zur vollständigen Bestimmung (d.h. unter Einschluß der Leitfähigkeiten) der großräumigen Struktur der ionosphärischen Elektrodynamik verwendet wurden. Es zeigte sich, daß ein Teilsturm im Mitternachtsektor keine stark erhöhten Leitfähigkeiten im Nachmittagsektor verursacht.

Die Zukunft der Anwendung der Charakteristikenmethode liegt vor allem in ihrer Fähigkeit zur schnellen und zuverlässigen Bestimmung der instantanen, flächenhaften Elektrodynamik der Ionosphäre auf großen Skalen. Da dazu das Vorliegen entsprechender Eingabedatensätze für \vec{E} erforderlich ist, hängt diese Anwendungsmöglichkeit stark von der Fähigkeit der SuperDARN-Radaranlagen (oder anderer in der Zukunft verfügbarer Meßgeräte) ab, auf solchen Skalen, auf denen die Meßdatenlücken der Bodenmagnetometer relativ klein werden (d.h. für SuperDARN auf dem Meßgebiet aller drei Radarpaare) sowie in geophysikalisch relevanten Situationen eine ausreichende Anzahl

von Meßvektoren des elektrischen Feldes zu erzeugen. In diesem Fall könnte auch eine Korrelation der Ergebnisse unserer Methode mit Daten von auf konjugierten Feldlinien befindlichen Satelliten oder das Mapping von ionosphärischen Resultaten in die Magnetosphäre sinnvoll eingesetzt werden.

Allerdings könnten auch Studien mit einem oder zwei SuperDARN-Radarpaaren unter Verwendung der beiden westlichen Paare besser für die Anwendung der Methode geeignet sein als das in Abschnitt 5.4.1 untersuchte Beispiel mit dem östlichsten (CUTLASS-) Radarpaar, da im Westen die Überlappung des Radarmeßgebietes mit Bodenmagnetometerstationen etwas günstiger ist. Ein weiterer wichtiger Schritt zur Verbesserung dieser Überlappung wäre die (geplante) Inbetriebnahme des vierten SuperDARN-Radarpaares mit Meßgebiet über Westkanada und Alaska.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Charakteristikenmethode wäre nach der Wiederinbetriebnahme des STARE-Radars mit demselben Meßgebiet wie in Abb. 36, aber verbesserter technischer Ausrüstung gegeben. Die heute in diesem Gebiet existierende IMAGE-Magnetometerkette bietet zwar keine so gute Überlappung mit dem Radarmeßgebiet wie das frühere SMA (vgl. Abb. 38 und Abb. 39), dafür hat sie aber im Vergleich zu diesem den Vorteil, daß kontinuierlich registrierte Daten in digitaler Form schnell (von einigen Stationen sogar in Echtzeit) zur Verfügung stehen.

Literaturverzeichnis

- Aikio, A.T., und K.U. Kaila, A substorm observed by EISCAT and other ground-based instruments - Evidence for near Earth substorm initiation, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 58, 5, 1996.
- Alfvén, H., *Cosmical Electrodynamics*, Oxford University Press, Oxford, 1950.
- Amm, O., *Direkte Bestimmung der ionosphärischen Hall-Leitfähigkeitsverteilung aus flächenhaften Daten des elektrischen und magnetischen Feldes: Untersuchung der Anwendbarkeit der Methode am Beispiel typischer Teilsturm-Ionosphärenstörungen*, Diplomarbeit im Fach Geophysik, Institut für Geophysik der Universität Münster, Münster, 1994.
- Amm, O., Direct Determination of the Local Ionospheric Hall Conductance Distribution from Two-Dimensional Electric and Magnetic Field Data: Application of the Method using Models of typical Ionospheric Electrodynamic Situations, *J. Geophys. Res.*, 100, 21473, 1995.
- Amm, O., Comment on "A three-dimensional, iterative mapping procedure for the implementation of an ionosphere-magnetosphere anisotropic Ohm's law boundary condition in global magnetohydrodynamic simulations" by Michael L. Goodman, *Ann. Geophysicae*, 14, 773, 1996a.
- Amm, O., Improved electrodynamic modeling of an omega band and analysis of its current system, *J. Geophys. Res.*, 101, 2677, 1996b.
- Amm, O., Ionospheric elementary current systems in spherical coordinates and their application, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 49, 947, 1997a.
- Amm, O., Method of characteristics in spherical geometry applied to a Harang discontinuity situation, *Ann. Geophys.*, im Druck, 1997b.
- Appleton, E.V., und M.A.F. Barnett, Local reflection of wireless waves from the upper atmosphere, *Nature*, 115, 333, 1925.
- Arfken, G., *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press, San Diego, USA, 1985.
- Avis, D., und B.K. Bhattacharya, Algorithms for computing d-dimensional diagrams and their duals, *Adv. Comput. Res.*, 1, 159, 1983.
- Baumjohann, W., J. Untiedt, und R.A. Greenwald, Joint two-dimensional observations of ground magnetic and ionospheric electric fields associated with auroral zone currents: 1. Three-dimensional current flows associated with a substorm-intensified eastward electrojet, *J. Geophys. Res.*, 85, 1963, 1980.
- Baumjohann, W., und Y. Kamide, Joint two-dimensional observations of ground magnetic and ionospheric electric fields associated with auroral zone currents, 2. Three-dimensional current flow in the morning sector during substorm recovery, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 33, 297, 1981.
- Baumjohann, W., R.J. Pellinen, H.J. Opgenoorth, und E. Nielsen, Joint two-dimensional observations of ground magnetic and ionospheric electric fields associated with auroral zone currents: Current system associated with local auroral break-ups, *Planet. Space Sci.*, 29, 431, 1981.
- Birkeland, K., Sur les rayons cathodiques sous l'action de forces magnetiques intenses, *Arch. Sci. Phys. Naturelles*,

- 1, 497, 1896.
- Boström, R., Ionosphere-magnetosphere coupling, in *Magnetospheric physics*, B.M. McCormack (Hrsg.), D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Holland, p. 45ff., 1974.
- Buneman, O., Excitation of field-aligned sound waves by electron streams, *Phys. Rev. Lett.*, 10, 285, 1963.
- Cahill, L.J. Jr., R.A. Greenwald, und E. Nielsen, Auroral radar and rocket double-probe observations of the electric field across the Harang-discontinuity, *Geophys. Res. Lett.*, 5, 687, 1978.
- Chapman, S., The absorption and dissociative or ionizing effect of monochromatic radiation in an atmosphere on a rotating Earth, *Proc. Phys. Soc.*, 43, 26, 1931.
- Chapman, S., und J. Bartels, *Geomagnetism*, vol. II, Oxford University Press, New York, 1940.
- Chapman, S., History of aurora and airglow, p.15 in *Aurora and Airglow*, edited by B.M. McCormack, Reinhold Publishing Co., New York, 1967.
- Cressie, N.A.C., *Statistics for spatial data*, John Wiley & Sons, Chicester, 1991.
- Cushing, J.T., *Applied analytical mathematics for physical scientists*, John Wiley, New York, 1975.
- Davis, J.C., Statistical Techniques in petroleum exploration, *Commun. Stat.-Theor. Meth.*, A10, 1479, 1981.
- de Santis, A., C. Falcone, und J.M. Torta, SHA vs. SCHA for modelling secular variation in a small region such as Italy, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 49, 359, 1997.
- Delaunay, B.N., Sur la sphere vide, *Bull. Acad. Science USSR: Class. Sci. Math.*, VII, 793, 1934.
- Dimant, Y.S., und R.N. Sudan, Kinetic theory of the Farley-Buneman instability in the E region of the ionosphere, *J. Geophys. Res.*, 100, 14605, 1995.
- Draper, N.R., und H. Smith, *Applied regression analysis*, John Wiley, New York, 1966.
- Farley, D.T., A plasma instability resulting in field-aligned irregularities in the ionosphere, *J. Geophys. Res.*, 63, 6083, 1963.
- Fejer, B.G., und M.C. Kelley, Ionospheric irregularities, *Rev. Geophys. Space Sci.*, 18, 401, 1980.
- Folkestad, K., T. Hagfors, und S. Westerlund, EISCAT: An updated description of technical characteristics, *Radio Sci.*, 18, 867, 1983.
- Foster, J.C., und D. Tetenbaum, Phase velocity studies of 34-cm E-region irregularities observed at Millstone Hill, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 54, 759, 1992.
- Franke, R., Smooth interpolation of scattered data by local thin plate splines, *Computers Math. With Applic.*, 8, 181, 1982.
- Friis-Christensen, E., Ground magnetic perturbations in the polar cap and cleft: Structure and dynamics of ionospheric currents, in: P.E. Sandholt und A. Egeland (Hrsg.), *Electromagnetic coupling in the polar clefts and caps*, S. 151 ff., Kluwer, Dordrecht, 1989.
- Fukushima, N., Generalized theorem for no ground magnetic effect of vertical currents connected with Pedersen currents in the uniform-conductivity ionosphere, *Rep. Ionos. Space Res. Jap.* 30, 35, 1976.
- Fuller-Rowell, T.J., und D.S. Evans, Height-integrated Pedersen and Hall conductivity patterns inferred from the TIROS-NOAA satellite data, *J. Geophys. Res.*, 92, 7606, 1987.

- Gassendi, P., *Opera Omnia*, Lugduni, Lyons, Frankreich, 1658.
- Gauß, C.F., *Erdmagnetismus und Erdmagnetometer*, 1836, in: Gauß, C.F., *Werke*, hrsg. von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, 1863-1933.
- Glaßmeier, K.H., M. Lester, W.A.C. Mier-Jedrzejowicz, C.A. Green, G. Rostoker, D. Orr, U. Wedeken, H. Junginger, und E. Amata, Pc5 pulsations and their possible source mechanisms: a case study, *J. Geophys.*, 55, 108, 1984.
- Glaßmeier, K.H., Ground-based observations of field-aligned currents in the auroral zone: Methods and results, *Ann. Geophys.*, 5A, 115, 1987.
- Glaßmeier, K.H., Reconstruction of the ionospheric influence on ground-based observations of a short-duration ULF pulsation event, *Planet. Space Sci.*, 36, 801, 1988.
- Glaßmeier, K.H., Traveling magnetospheric convection twin-vortices: observations and theory, *Ann. Geophys.*, 10, 547, 1992.
- Greenwald, R.A., W. Weiss, E.Nielsen, und N.R. Thomson, STARE: A new radar auroral backscatter experiment in northern Scandinavia, *Radio Sci.*, 13, 1021, 1978.
- Greenwald, R. A., K.B. Baker, J.R. Dudeney, M. Pinnock, T.B. Jones, E.C. Thomas, J.-P. Villain, J.-C. Cerisier, C. Senior, C. Hanuise, R.D. Hunsucker, G. Sofko, J. Koehler, E. Nielsen, R. Pellinen, A.D.M. Walker, N. Sato, und H. Yamagishi, DARN/ SuperDARN: A global view of the dynamics of high-latitude convection, *Space Sci. Rev.*, 71, 761, 1995.
- Gustafsson, G., N.E. Papitashvili, und V.O. Papitashvili, A revised corrected geomagnetic coordinate system for epochs 1985 and 1990, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 54, 1609, 1992.
- Haines, G.V., Spherical Cap Harmonic Analysis, *J. Geophys. Res.*, 90, 2583, 1985.
- Haines, G.V., Computer programs for spherical cap harmonic analysis of potential and general fields, *Computers & Geosciences*, 14, 413, 1988.
- Haines, G.V., Regional magnetic field modelling: a review, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 42, 1001, 1990.
- Haines, G.V., und J.M. Torta, Determination of equivalent current sources from spherical cap harmonic models of geomagnetic field variations, *Geophys. J. Int.*, 118, 499, 1994.
- Haldoupis, C., A review on radio studies of auroral E-region ionospheric irregularities, *Ann. Geophysicae*, 7, 239, 1989.
- Haldoupis, C., E. Nielsen, und K. Schlegel, Dependence of radar auroral scattering cross section on the ambient electron density and the destabilizing electric field, *Ann. Geophysicae*, 8, 195, 1990.
- Harang, L., The mean field of disturbance of polar geomagnetic storms, *Terrest. Magn. Atmospheric Electr.* 51, 353, 1946.
- Harder, R.L., und R.N. Desmarais, Interpolation using surface splines, *J. Aircraft*, 9, 189, 1972.
- Heiskanen, W.A., und H. Moritz, *Physical Geodesy*, W.H. Freeman, New York, 1967.
- Heppner, J.P., und N.C. Maynard, Empirical high-latitude electric field models, *J. Geophys. Res.*, 92, 4467, 1987.

- Hiorter, O., Von der Magnetnadel verschiedenen Bewegungen, *Svensk Vet. Acad. Handl.*, 273, 1747.
- Hobson, E.W., *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics*, Cambridge University Press, New York, 1931.
- Hwang, C., und S.-K. Chen, Fully normalized spherical cap harmonics: application to the analysis of sea-level data from TOPEX/POSEIDON and ERS-1, *Geophys. J. Int.*, 129, 450, 1997.
- Ijima, T., Signatures of field-aligned currents at geostationary satellite ATS-1 and a refined three-dimensional substorm current system, *Rep. Ionosp. Space Res. Japan*, 28, 173, 1974.
- Inhester, B., J. Untiedt, M. Segatz, und M. Kürschner, Direct determination of the local ionospheric Hall conductance distribution from two-dimensional electric and magnetic field data, *J. Geophys. Res.*, 97, 4073, 1992.
- Janhunen, P., GUMICS-3 - a global ionosphere-magnetosphere coupling simulation with high ionospheric resolution, *Proc. Environmental Modelling for Space-Based Applications*, ESTEC, Niederlande, 18.-20. Sept., 233, 1996. (siehe auch WWW-Seite: <http://www.geo.fmi.fi/~pjanhune/gumics3/>)
- Janhunen, P., und H.E.J. Koskinen, The closure of Region-1 field-aligned current in MHD simulation, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 1419, 1997.
- Kamide, Y., M. Kanamitsu, und S.-I. Akasofu, A new method of mapping worldwide potential contours for ground magnetic perturbations: equivalent current representation, *J. Geophys. Res.*, 81, 3810, 1976.
- Kamide, Y., On current continuity at the Harang discontinuity, *Planetary Space Sci.*, 26, 237, 1978.
- Kamide, Y., A.D. Richmond, und S. Matsushita, Estimation of ionospheric electric fields, ionospheric currents and field-aligned currents from ground magnetic records, *J. Geophys. Res.*, 86, 801, 1981.
- Kamide, Y., und J. F. Vickrey, Variability of the Harang discontinuity as observed by the Chatanika radar and the IMS Alaska magnetometer chain, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 159, 1983.
- Kamide, Y., und W. Baumjohann, *Magnetosphere-Ionosphere Coupling*, Springer-Verlag, Berlin/ Heidelberg, 1993.
- Kauristie, K., V.A. Sergeev, T.I. Pulkkinen, R.J. Pellinen, V. Angelopoulos, und W. Baumjohann, Study on the ionospheric signatures of the plasma sheet bubbles, *Proc. Third international conference on substorms (ICS-3)*, Versailles, France, ESA SP-389, p.93ff., 1996.
- Kelley, M.C., *The Earth's ionosphere*, Academic Press, San Diego, 1989.
- Kern, J.W., Analysis of polar magnetic storms, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 18, 125, 1966.
- Kertz, W., *Einführung in die Geophysik*, Bd. I, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1971.
- Kertz, W.: *Einführung in die Geophysik*, Bd. II, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1971.
- Kirkwood, S., H.J. Opgenoorth, und J.S. Murphree, Ionospheric conductivities, electric fields and currents associated with auroral substorms measured by the EISCAT radar, *Planet. Space Sci.*, 36, 1359, 1988.
- Knipp, D.J., A.D. Richmond, B. Emery, N.U. Crooker, O. de la Beaujardiere, D. Evans, und H. Kroehl, Ionosphere convection response to changing IMF directions, *Geophys. Res. Lett.*, 18, 721, 1991.
- Knipp, D.J., B.A. Emery, und G. Lu, Application of the assimilative mapping of ionospheric electrodynamics

- (AMIE) procedure to cusp identification, in *Physical Signatures of Magnetospheric Boundary Layer Processes*, edited by J.A. Holtet and A. Egeland, pp. 401-420, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.
- Koskinen, H.E.J., und T.I. Pulkkinen, Midnight velocity shear zone and the concept of Harang discontinuity, *J. Geophys. Res.*, 100, 9539, 1995.
- Kunkel, T., W. Baumjohann, J. Untiedt, und R.A. Greenwald, Electric fields and currents at the Harang discontinuity: a case study, *J. Geophys.*, 59, 73, 1986.
- Küppers, F., J. Untiedt, W. Baumjohann, K. Lange, und A.G. Jones, A two-dimensional magnetometer array for ground-based observations of auroral zone electric currents during the International Magnetospheric Study (IMS), *J. Geophys.*, 46, 429, 1979.
- Küppers, F., und H. Post, A second generation Gough-Reitzel magnetometer, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 33, 225, 1981.
- Kürschner, M., *Untersuchung der Anwendbarkeit zweier Methoden zur Bestimmung der ionosphärischen Leitfähigkeit durch Lösung einer Differentialgleichung am Beispiel einer Harang-Diskontinuität*, Diplomarbeit im Fach Physik, Institut für Geophysik der Universität Münster, Münster, 1988.
- Lampen, M., *Elektrodynamische Parameter in der Umgebung der Harang-Diskontinuität, untersucht anhand kombinierter Messungen der magnetischen Störungen am Boden und ionosphärischer elektrischer Felder im frühen Abendsektor des 27. Oktober 1977*, Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Universität Münster, 1985.
- Lehtinen, M.S., und A. Huuskonen, General incoherent scatter analysis and GUISDAP, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 58, 435, 1996.
- Lester, M., J.A. Davies, und T.S. Virdi, High-latitude Hall and Pedersen conductances during substorm activity in the SUNDIAL-ATLAS campaign, *J. Geophys. Res.*, 101, 26719, 1996.
- Levitin, A.E., R.G. Afonina, B.A. Belov, und Y.I. Feldstein, Geomagnetic variations and field-aligned currents at northern high-latitudes and their relations to solar wind parameters, *Phil. Trans. R. Soc.*, 304, 253, 1982.
- Lockwood, M., und M.F. Smith, The variation of reconnection rate at the dayside magnetopause and cusp ion precipitation, *J. Geophys. Res.*, 97, 14841, 1992.
- Lühr, H., H. Geisler, und K. Schlegel, Current density models of the eastward electrojet derived from ground-based magnetic field and radar measurements, *J. Atmospheric Terrest. Phys.*, 56, 81, 1994.
- Lühr, H., und K. Schlegel, Combined measurements of EISCAT and the EISCAT magnetometer cross to study Ω bands, *J. Geophys. Res.*, 99, 8921, 1994.
- Lühr, H., M. Lockwood, P.E. Sandholt, T.L. Hansen, und T. Moretto, Multi-instrument ground-based observations of a travelling convection vortices event, *Ann. Geophys.*, 14, 162, 1996.
- Marklund, G., Viking investigations of auroral electrodynamical processes, *J. Geophys. Res.*, 98, 1691, 1993.
- Meinguet, J., Multivariate interpolation at arbitrary points made simple, *J. Appl. Math. and Phys.*, 30, 292, 1979.
- Milan, S.E., T.K. Yeoman, M. Lester, E.C. Thomas, und T.B. Jones, Initial backscatter occurrence statistics from the CUTLASS HF radars, *Ann. Geophysicae*, 15, 703, 1997.

- Mishin, V.M., A.D. Bazarzhapov, und G.B. Shpynev, Electric fields and currents in the Earth's magnetosphere, in *Dynamics of the magnetosphere*, edited by S.-I. Akasofu, pp. 249-268, D. Reidel, Dordrecht, 1979.
- Murison, M., A.D. Richmond, und S. Matsushita, Estimation of ionospheric electric fields and currents from a regional magnetometer array, *J. Geophys. Res.*, 90, 3525, 1985.
- Nielsen, E., The STARE system and some of its applications, in *The IMS Source Book: Guide to the International Magnetosphere Study Data Analysis*, edited by C.T. Russell and D.J. Southwood, AGU, Washington, D.C., 1982.
- Nielsen, E., und K. Schlegel, Coherent radar Doppler measurements and their relationship to the ionospheric electron drift velocity, *J. Geophys. Res.*, 90, 3498, 1985.
- Okabe, A., B. Boots, und K. Suhihara, *Spatial tessellation concepts and application of Voronoi diagrams*, John Wiley & Sons, Chichester, 1992.
- Olsson, A., M.A.L. Persson, H.J. Opgenoorth, und S. Kirkwood, Particle precipitation in auroral breakups and westward traveling surges, *J. Geophys. Res.*, 101, 24661, 1996.
- Opgenoorth, H.J., R.J. Pellinen, W. Baumjohann, E. Nielsen, G. Marklund, und L. Eliasson, Three-dimensional current flow and particle precipitation in a westward traveling surge (observed during the Barium-GEOS rocket experiment), *J. Geophys. Res.*, 88, 3138, 1983.
- Ossakow, S.L., und P.K. Chaturvedi, Current convective instability in the diffuse aurora, *Geophys. Res. Lett.*, 6, 332, 1979.
- Papitashvili, V.O., B.A. Belov, D.S. Faermark, Y.I. Feldstein, S.A. Golyshev, L.I. Gromova, und A.E. Levitin, Electric potential patterns in the northern and southern polar regions parameterized by the interplanetary magnetic field, *J. Geophys. Res.*, 99, 13251, 1994.
- Pellinen, R.J., T.I. Pulkkinen, A. Huuskonen, und K.-H. Glaßmeier, On the dynamical development of downward field-aligned current in the substorm wedge, *J. Geophys. Res.*, 100, 14863, 1995.
- Press, W.H., B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, und W.T. Vetterling, *Numerical Recipes*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- Richmond, A.D., The computation of magnetic effects of field-aligned magnetospheric currents, *J. Atmos. Terrest. Phys.*, 36, 245, 1974.
- Richmond, A.D., und Y. Kamide, Mapping electrodynamic features of the high-latitude ionosphere from localized observations: Technique, *J. Geophys. Res.*, 93, 5741, 1988.
- Rishbeth, H., und O.K. Garriot, *Introduction to ionospheric physics*, International Geophysics Series Vol. 14, edited by J. van Mieghem, Academic Press, New York, 1969.
- Robinson, R.M., R.R. Vondrak, K. Miller, T. Dabbs, und D. Hardy, On calculating ionospheric conductances from the flux and energy of precipitating electrons, *J. Geophys. Res.*, 92, 2565, 1987.
- Robinson, R.M., und R.R. Vondrak, Electrodynamical properties of auroral surges, *J. Geophys. Res.*, 95, 7819, 1990.
- Robinson, T.R., Towards a self-consistent non linear theory of radar auroral backscatter, *J. Atmos. Terr. Phys.*,

- 48, 417, 1986.
- Russell, C.T., X.-W. Zhou, Guan Le, P.H. Reiff, J. G. Luhmann, C.A. Catell, und H. Kawano, Field-aligned currents in the high latitude, high altitude magnetosphere: POLAR initial results, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 1455, 1997.
- Samardjiev, T., P.A. Bradley, L.R. Cander, und M.I. Dick, Ionospheric mapping by computer contouring techniques, *Electronic Letters*, 29, 1794, 1993.
- Sambridge, M., J. Braun, und H. McQueen, Geophysical parametrization and interpolation of irregular data using natural neighbours, *Geophys. J. Int.*, 122, 837, 1995.
- Sato, M., und Y. Kamide, Estimate of global and regional distributions of ionospheric electrodynamic quantities from EISCAT radar and ground magnetometer data, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 47, 759, 1995.
- Schlegel, K., Auroral zone E region conductivities during solar minimum derived from EISCAT data, *Ann Geophys.*, 6, 129, 1988.
- Segatz, M., *Die Bestimmung der zwei-dimensionalen ionosphärischen Leitfähigkeiten und des Stromsystems der Harang-Diskontinuität anhand kombinierter Messungen der magnetischen Störungen am Boden und ionosphärischer elektrischer Felder - eine neue Methode*, Diplomarbeit im Fach Geophysik, Institut für Geophysik der Universität Münster, Münster, 1985.
- Silberstein, R., The origin of the current nomenclature for the ionospheric layers, *J. Atmospheric Terrest. Phys.*, 13, 382, 1959.
- Slavin, J.A., A. Szabo, M. Peredo, C.J. Owen, R.P. Lepping, R. Fitzenreiter, K.W. Ogilvie, und J.T. Steinberg, Near-simultaneous bow shock crossings by WIND and IMP-8 on December 1, 1994, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 1207, 1996.
- Stauning, P., Progressing IMF B_y -related polar ionospheric convection disturbances, *J. Geomag. Geoelectr.*, 47, 735, 1995.
- Stern, D.P., The art of mapping the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 99, 17169, 1994.
- Sun, W., Y. Kamide, und S.-I. Akasofu, Substorm current in the equatorial plane of the magnetosphere deduced from ground-based magnetometer chain records, *J. Geophys. Res.*, 101, 24655, 1996.
- Tamao, T., The structure of three-dimensional hydromagnetic waves in a uniform cold plasma, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 16, 89, 1964.
- Tamao, T., Direct contribution of oblique field-aligned currents to ground magnetic fields, *J. Geophys. Res.*, 91, 183, 1986.
- Telford, W.M., L.P. Geldart, und R.E. Sheriff, *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- Toivanen, P.K., Effects of the large-scale electric field on particle drifts in the near-Earth tail, *J. Geophys. Res.*, 102, 2405, 1997.
- Torta, J.M., und A. de Santis, On the derivation of the Earth's conductivity structure by means of a spherical cap harmonic analysis, *Geophys. J. Int.*, 127, 441, 1996.

- Tsyganenko, N.A., A magnetospheric field model with a warped tail current sheet, *Planet. Space Sci.*, 37, 5, 1989.
- Untiedt, J. und W. Baumjohann, Studies of polar current systems using the IMS Scandinavian magnetometer array, *Space Sci. Rev.*, 63, 245, 1993.
- Viljanen, A., und L. Häkkinen, IMAGE magnetometer network, *Satellite-Ground Based Coordination Sourcebook*, ESA publications, 113, 1996.
- Voronoi, M.G., Nouvelles applications des parametres continus à la théorie des formes quadratiques, *J. Reine Angew. Math.*, 134, 198, 1908.
- Walker, J.K., Spherical cap harmonic modelling of high latitude magnetic activity and equivalent current sources with sparse observations, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 51, 67, 1989.
- Walker, J.K., V.Y. Semenov, und T.L. Hansen, Synoptic models of high latitude magnetic activity and equivalent ionospheric and induced currents, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 59, 1435, 1997.
- Watson, D.F., *Contouring. A Guide to the analysis and display of spatial data*, Pergamon Press, Oxford, 1992.
- Watson-Watt, R.A., Weather and wireless, *Q. J. Roy. Meteorolog. Soc.*, 55, 273-301, 1929.
- Wigner, E., und Seitz, F., On the constitution of metallic sodium, *Phys. Rev.*, 43, 804, 1933.
- Yahnin, A., E. Titova, A. Lubchich, T. Böisinger, J. Manninen, T. Turunen, T. Hansen, O. Troshichev, und A. Kotikiv, Dayside high latitude magnetic impulsive events: their characteristics and relationship to sudden impulses, *J. Atmos. Terr. Phys.*, 57, 1569, 1995.
- Yumoto, K., Y. Tanaka, T. Oguti, K. Shiokawa, Y. Yoshimura, A. Isono, B.J. Fraser, F.W. Menk, J.W. Lynn, M. Seto, and the 210 MM Magnetic Observation Group, Globally coordinated magnetic observations along the 210 (deg) magnetic meridian during the STEP period: 1. Preliminary results of low-latitude Pc3's, *J. Geomagn. Geoelectr.*, 44, 261, 1992.
- Zmuda, A.J., J.H. Martin, und F.T. Heuring, Transverse magnetic disturbances at 1100 km in the auroral region, *J. Geophys. Res.*, 71, 5033, 1966.

Appendix

A. Überblick über die erstellten Programme

In diesem Appendix werden die im Verlaufe dieser Arbeit erstellten Programme zur Durchführung der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode sowie die benötigten Hilfsprogramme, wie z.B. zur Interpolation von Meßwerten, zur graphischen Ausgabe oder für Datenkonversionen, vorgestellt. Auf die zusätzlich im Vergleich zur Beschreibung in Amm (1994) erarbeiteten Verbesserungen und Erweiterungen des Programmsets zur Ausführung der kartesischen Variante der Methode wird hier nicht eingegangen.

A1. Überblick über die Programme nach benutzten Programmiersprachen und Plattformen

Die Programme für die sphärische Variante gliedern sich nach den benutzten Programmiersprachen in drei Gruppen:

Die Hauptgruppe der Programme wurde in Microsoft Visual Basic für MS/DOS geschrieben. Sie umfaßt alle Programme zur Ionosphärenphysik incl. des Hauptprogrammes zur Durchführung der Charakteristikenmethode, alle Grafikprogramme außer dem Datenviewer für STARE-Daten, sowie eine Vielzahl von Hilfsprogrammen. Diese Programme können vom Betriebssystemen MS/DOS (ab Version 3.3 aufwärts) oder im DOS-Modus bzw. DOS-Fenster von Microsoft Windows 3.x, Windows 95, und vermutlich auch (vom Autor aber nicht getestet) Windows NT ausgeführt werden.

Eine zweite Programmgruppe benutzt die von Dr. P. Janhunen (Finnish Meteorological Institute, Helsinki) für die UNIX/LINUX-Plattform entwickelte Programmiersprache Tela (tensor language/ siehe WWW-Seite <http://www.geo.fmi.fi/prog/tela.html>). Diese Sprache wird dann eingesetzt, wenn besonders große Datenmengen verarbeitet werden müssen (bei denen sich unter MS/DOS dessen 640 kB-Speichergrenze dahingehend bemerkbar machte, daß dann recht langsame virtuelle Speichertechniken eingesetzt werden müßten), eine sehr hohe Rechengeschwindigkeit erforderlich ist (z.B. beim Lösen von Matrizengleichungen mit Matrizen der Größenordnung 1000×1000 , wie es bei manchen der in Abschnitt 3 dargestellten Interpolationsverfahren vonnöten ist), oder wenn einige der besonderen, für Anwendungen im Bereich der extraterrestrischen Physik nützlichen Funktionen dieser Sprache genutzt werden sollen (so sind z.B. die Berechnung des internationalen geomagnetischen Referenzfeldes (IGRF) für vorgebbare Epochen oder des Erdmagnetfeldes mittels des Tsyganenko 1989-Modells (Tsyganenko, 1989) fest

eingebaute Funktionen). Für graphische Ausgaben benutzt Tela, ebenfalls mit Hilfe fest eingebauter Funktionen, das Programm PlotMTV. Gegenüber anderen Tensorsprachen wie Matlab oder IDL hat Tela die Vorteile, daß sein Quellcode - incl. dessen von PlotMTV - frei verfügbar (<ftp://ftp.funet.fi/pub/sci/math/tela>) und somit auf allen der diversen UNIX-Betriebssysteme wie auch auf LINUX einsetzbar ist, und daß sie eine z.T. erheblich schnellere Programmausführung als jene Sprachen gestattet. Die Möglichkeiten der graphischen Interaktion sind verglichen mit denen der beiden anderen Sprachen aber deutlich geringer.

Schließlich sind einige Programme in der Sprache VAX-FORTRAN 77 erstellt oder modifiziert worden. Diese Sprache wird jedoch nur im Zusammenhang mit den aus der Literatur bezogenen Programmen zur spherical cap harmonic analysis (SCHA/ s. Abschnitt 2.3) von G.V. Haines (Haines, 1988), und den dem Autor freundlicherweise von M. Sambridge überlassenen Programmen zur natural neighbour-Interpolation (s. Abschnitt 3.3 sowie Sambridge *et al.*, 1995 für eine Kurzbeschreibung der Algorithmen), welche dieselbe Sprache benutzen, verwendet. Die Programme dieser Gruppe können unter MS/DOS oder UNIX kompiliert werden. Zur komfortableren Benutzbarkeit des Programms von G.V. Haines wurden Visual Basic- (unter MS/DOS) oder Tela- (unter UNIX) Programme entwickelt, welche eine bessere Benutzerkommunikation für die Ein- und Ausgabe gestatten und dann alle FORTRAN-Programme im Batch-Modus aufrufen.

A2. Die wichtigsten Dateiformate

Die beiden wichtigsten Dateiformate für die benutzten Programme beinhalten Dateien zur Speicherung skalarer Felder auf einem regelmäßigen Gitter (für einen Beispielausschnitt s. Abb. A1, links) sowie ein- bis dreikomponentiger Meßwerte auf i.a. irregulär verteilten Meßpunkten (Abb. A1, rechts). Erstere Dateien sind wie folgt aufgebaut: Zeile 1 enthält die Angabe des Dateityps 'SCALAR ON SPHERICAL GRID'. Zeile 2 und 3 können für Kommentare zum Dateiinhalt genutzt werden. Zeile 4 enthält die Gitterdaten Anfangsbreite und -länge, Anzahl der Punkte sowie die Gitterschrittweite, jeweils in Breiten- und Längenrichtung. Zeile 5 ist eine Leerzeile, danach folgen die skalaren Gitterdaten in 'view on'-Ordnung, d.h. der südwestlichste Gitterpunkt ist im Zahlengitter unten links. Das Dateiformat für Meßwerte ist noch einfacher (Abb. A1, rechts): Jede Zeile gibt in Spalte 1 die Breite, in Spalte 2 die Länge eines Meßpunktes an, wonach in den Spalten 3 bis 5 die bis zu drei an diesem Punkt gemessenen skalaren Komponenten des Meßfeldes folgen. Die Datei hat also ebensoviele Zeilen wie Meßpunkte vorliegen.

Daneben gibt es weitere Dateiformate (wie z.B. zur Abspeicherung von Charakteristi-

SCALAR ON SPHERICAL GRID					62.3	26.65	-126.8	95.9	-77.1
Beispieldatei					63.77	26.13	-186.8	115.1	-28.6
weitere Kommentarzeile					64.45	11.13	-281.2	89.7	-63.7
65,13,14,9,0.5,2					64.5	15.13	-231.5	83.3	-13.4
-113.9	-148.9	-239	-28		64.57	18.68	-209.2	176.2	-7.6
-332.2	-230.6	-197.3	-18		65.25	21.58	-212.6	133.9	19.8
-537.2	-353.6	-230.3	-16		65.78	18.18	-249.7	183.3	36.8
-681.5	-471.6	-299.1	-20		65.9	14.27	-278.8	130.4	52.9
-746	-551.2	-366.4	-26		65.92	29.05	-190	137	-54
-739.5	-577.9	-406	-31		66.75	21	-253.1	191.6	22.5
-688.5	-553.7	-405.9	-33		66.85	24.73	-246.5	147.4	-34.2
-620.5	-489.8	-367.1	-33		66.9	13.58	-274.3	144.6	0
-550.7	-399.1	-299.1	-30		66.9	17.92	-283.2	182.5	88.6
-478.1	-294.3	-221.4	-27		67.47	28.28	-281	143	-12
-389.4	-184.6	-148.3	-24		67.7	17.5	-273.8	184.7	143.5
-274.3	-84.69	-98.7	-23		67.83	20.42	-285.7	179.4	93.4
-138	-14.46	-85.97	-24		68.03	23.57	-293	179.6	0
-7.825	1.586	-115.4	-26		68.08	13.17	-215.2	125.4	221
					68.53	16.77	-222.5	181.8	0
					68.97	19.67	-250	189.8	170.5
					69.12	23.27	-291.6	178.6	141.5
					69.3	16.02	-189	114.7	246.7
					69.37	29.42	-338.4	160.7	116.4
					69.75	27.03	-317	137	212
					69.85	22.92	-271.9	125.4	206.2
					70.1	29.65	-332.6	163.9	187.1
					70.35	26.52	-287	124	268
					70.6	22.22	-229.2	110.4	251.1

Abb. A1 Beispieldateien zur Speicherung skalarer Felder auf einem Gitter (links) und von dreikomponentigen Meßwerten auf irregulär angeordneten Meßpunkten (rechts).

ken oder für Definitionen der Ränder des Analysegebietes für das Programm CHINTSP, s.u.); soweit diese für den Benutzer von Belang sind, werden sie in der Hilfe zu den jeweiligen Programmen, die von dem Programm IONMENU aus abgerufen werden kann (s. nächster Abschnitt), erklärt.

A3. Hauptgruppe: Visual Basic für MS/DOS - Programme

Diese Programme sind in die drei Großgruppen der Programme zur Ionosphärenphysik, der Grafikprogramme und der Hilfsprogramme organisiert. Die Programme lassen sich in zwei Modi starten: Werden sie nur mit ihrem Programmnamen ohne Befehlszeilenparameter aufgerufen, so werden die nötigen Programmparameter interaktiv vom Benutzer erfragt. Im Batch-Modus dagegen werden alle Programmaktionen beim Aufruf durch Befehlszeilenparameter festgelegt, so daß während des Programmblaufes keine Interaktion mit dem Benutzer erfolgt. Dadurch können ganze Bearbeitungsfolgen mittels Kombination mehrerer solcher Aufrufe in Batch-Dateien automatisiert werden. Um diese Kombinierbarkeit möglichst flexibel zu gestalten, führt jedes Programm nur genau eine Aufgabe durch (wie z.B. die Berechnung feldparalleler Ströme aus den horizontalen Stromdichten durch das Programm J#FAC). Das Programm IONMENU bietet eine graphische Umgebung, aus der heraus alle der unter MS/DOS ausführbaren Program-

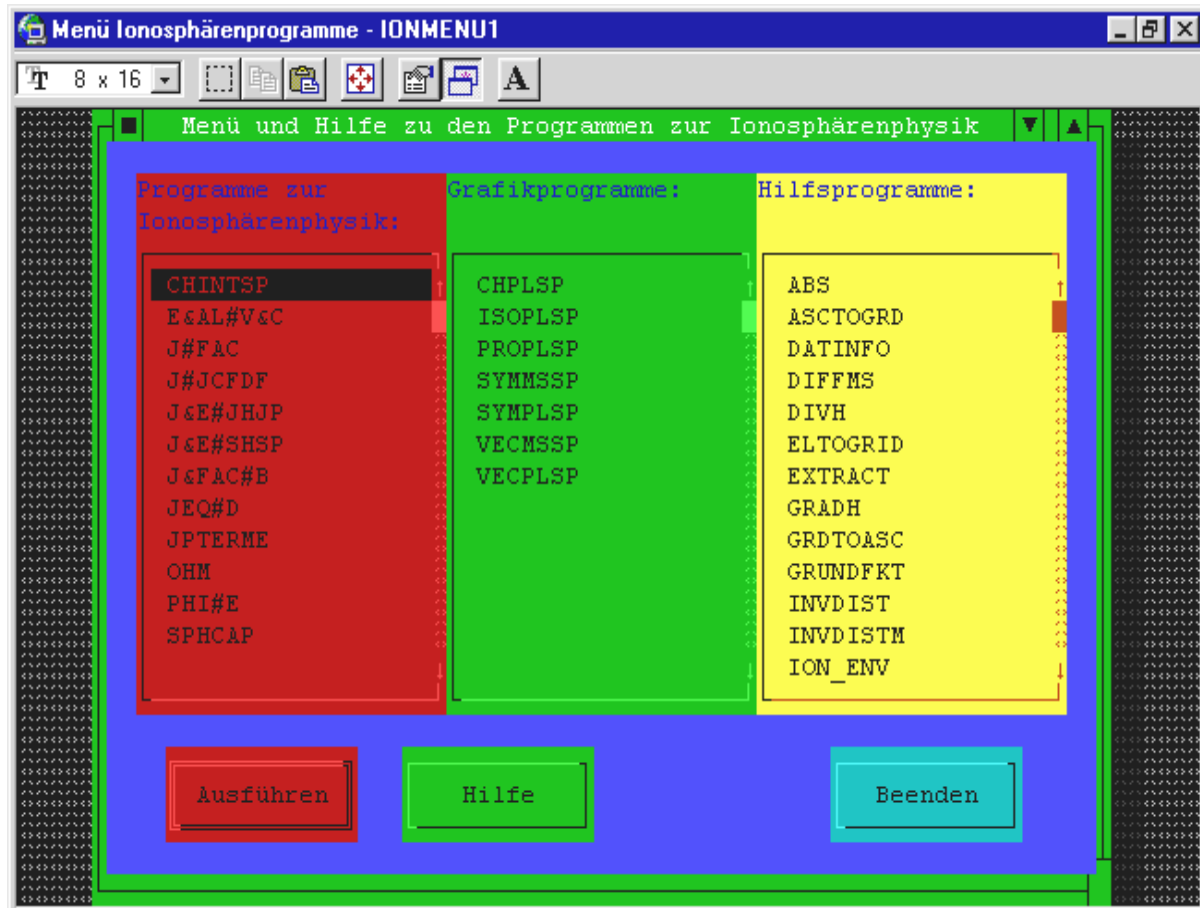


Abb. A2 Eingangsbildschirm des Programmes IONMENU, hier im DOS-Fenster von Windows 95.

me gestartet werden können und zudem eine Hilfe zu den Programmen, in der u.a. ihre jeweilige Batch-Syntax erklärt wird (Abb. A2 zeigt den beim Start dieses Programmes angezeigten Auswahlbildschirm).

○ Programme zur Ionosphärenphysik:

- CHINTSP: Hauptprogramm zur Durchführung der sphärischen Variante der Charakteristikenmethode. Bei dieser sphärischen Version des Programmes ist es möglich, die Ränder des Analysegebietes über eine Randpunktdatensatz beliebig festzulegen, so daß dieses Gebiet nicht notwendigerweise rechteckig in Länge und Breite sein muß. Zudem können ggf. in einzelnen Punkten vorliegende Meßwerte der Leitfähigkeit, wie sie z.B. mit inkohärenten Radaranlagen ermittelt werden können, bei der Lösung berücksichtigt werden.
- E&AL#V&C: Berechnet das Vektorfeld \vec{V} und den Parameter C aus dem elektrischen Feld \vec{E} und dem Hall- zu Pedersen- Leitfähigkeitsverhältnis α .
- J#FAC: Berechnet die feldparallelen Ströme j_{\parallel} aus den horizontalen Ionosphären-

strömen \vec{J} .

- J#JCFDF: Berechnet aus den horizontalen Ionosphärenströmen \vec{J} (oder allg. aus einem gegebenen Vektorfeld) den nur durch die Divergenzen von \vec{J} bzw. nur durch seine Rotationen im Untersuchungsgebiet bedingten Anteile (\vec{J}_{df} bzw. \vec{J}_{cf}), sowie dessen im Untersuchungsgebiet sowohl divergenz- als auch rotationsfreien (\vec{J}_{lap}) Anteil (vgl. Abschnitt 2.4).
- J&E#JHJP: Berechnet aus gegebenen Ionosphärenströmen \vec{J} und elektrischem Feld \vec{E} den Hall- und Pedersen-Anteil der Ströme (\vec{J}_H bzw. \vec{J}_P).
- J&E#SHSP: Berechnet aus den Eingabegrößen wie vor die Hall- und Pedersen-Leitfähigkeiten Σ_H und Σ_P .
- J&FAC#B: Ermittelt die durch gegebene Ionosphärenströme \vec{J} und feldparallele Ströme $j_{||}$ verursachte Magnetfeldstörung auf einem vorgebbaren Höhenniveau zwischen Ionosphäre und Erdboden (also $6371 \text{ km} \leq R < 6471 \text{ km}$); optional können die durch innere und äußere Quellen erzeugten Magnetfeldstörungen separat berechnet werden, wobei der innere Anteil als durch Spiegelströme zu den ionosphärischen äquivalenten Strömen in vorgegebbarer Tiefe erzeugt angenommen wird.
- JEQ#D: Berechnet den Parameter D aus den ionosphärischen äquivalenten Strömen $\vec{J}_{eq, Ion}$.
- JPTERME: Berechnet aus \vec{E} , Σ_H und Σ_P die einzelnen Terme der zur Berechnung von $j_{||}$ durch Divergenzbildung des Ohm'schen Gesetzes resultierenden Gleichung $j_{||} = \Sigma_P \nabla_b \cdot \vec{E} + \nabla_b \Sigma_P \cdot \vec{E} + \nabla_b \Sigma_H \cdot (\vec{E} \times \hat{r})$.
- OHM: Berechnet die horizontalen Ionosphärenströme \vec{J} aus \vec{E} , Σ_H und wahlweise Σ_P oder α ; optional können die Hall- und Pedersen-Ströme einzeln abgespeichert werden.
- PHI#E: Berechnet ein elektrostatisches ionosphärisches elektrisches Feld \vec{E} aus einem vorgegebenen elektrischen Potential Φ .
- SPHCAP: Führt für gegebene Meßwerte der Bodenmagnetfeldstörung \vec{B}_G die Operationen der Abtrennung des durch äußere Quellen erzeugten Anteils, Fortsetzung dieses Anteils auf Ionosphärenhöhe und Umrechnung in ionosphärische äquivalente Ströme (vgl. Abschnitt 2.3) in einer für den Benutzer komfortablen Ein-Schritt-Operation durch; ruft dazu die FORTRAN-Programme FNROOT.F, SCHFIT.F, EQCURR.F und SCHE.F (s.u) sukzessive mit den erforderlichen Parametern auf.

○ Grafikprogramme:

Alle Programme dieser Gruppe arbeiten mit dem Programm Multigraf der Firma GLocic Software, Heidelberg, zusammen (benutzte Version: 3.21). Die Visual Basic-Programme erstellen temporäre Dateien mit den vom Grafikprogramm benötigten Werten und Texten. Letzteres wird dann mittels ebenfalls von den Visual Basic-Programm erzeugten Befehlsdateien im Batch-Modus gestartet. Die Endung 'SP' deutet bei allen Programmen an, daß die Grafikausgabe in einem sphärischen Koordinatensystem erfolgt.

- CHPLSP: Graphische Ausgabe ausgewählter Charakteristiken und Punkte des beeinflussenden Randes.
- ISOPLSP: Graphische Ausgabe eines auf einem Gitter vorliegenden skalaren Feldes mittels Isolinien.
- PROPLSP: Darstellung von einem oder mehreren Längen- oder Breitenprofilen aus demselben oder verschiedenen skalaren Feldern.
- SYMMSSP: Graphische Ausgabe eines Satzes skalarer Meßwerte als Symboldarstellung mit Kreuzen für positive und Quadraten für negative Werte.
- SYMPLSP: Wie SYMMSSP, aber für auf einem Gitter vorliegende skalare Felder.
- VECMSSP: Graphische Darstellung von Meßwerten zweier skalarer Komponenten als Vektorplot.
- VECPLSP: Wie VECMSSP, aber für eine Darstellung zweier auf einem Gitter vorliegender skalarer Felder als Vektorplot.

○ Hilfsprogramme:

- ABS: Gibt den Absolutbetrag eines zwei- oder dreidimensionalen Vektorfeldes zurück; optional kann auch der Winkel der Horizontalkomponenten gegen Nord ausgegeben werden.
- ASCTOGRD, GRDTOASC: Konvertiert eine bis drei auf einem Gitter vorliegende skalare Felder in das Meßwerte-Dateiformat (GRDTOASC) oder umgekehrt (ASCTOGRD; nur falls Meßwerte auf allen Gitterpunkten vorliegen).
- DATINFO: Gibt Informationen zu Dateien auswählbarer Spezifikation im aktuellen Datenverzeichnis (s. Programm ION_ENV) aus; zeigt Dateikommentare (vgl. Abb. A2) an.
- DIFFMS: Bildet die Differenz zweier Meßwertedateien, falls die Werte auf denselben Meßpunkten vorliegen.
- DIVH, ROTV: Berechnet die horizontale Divergenz bzw. die Vertikalkomponente der Rotation eines aus zwei skalaren Feldern gegebenen Vektorfeldes.

- ELTOGRID: Erzeugt ein skalares Feld auf einem Gitter aus vorgegebenen Skalierungsfaktoren rotationsfreier und/oder divergenzfreier sphärischer Elementarstromsysteme (vgl. Abschnitt 2.4).
- EXTRACT: Extrahiert einen Teil eines auf einem größeren Gitter gegebenen skalaren Feldes auf ein kleineres Gitter.
- GRADH: Bildet den horizontalen Gradienten eines gegebenen skalaren Gitterfeldes.
- GRUNDFKT: Führt die Grundfunktionen der Addition, Subtraktion, Multiplikation oder Division zweier skalarer Gitterfelder aus.
- INVDIST, INVDISTM: Führt eine Interpolation von Meßdaten mit Hilfe der inverse distance Methode (s. Abschnitt 3.2) durch; INVDIST gibt das interpolierte Feld im Gitterformat, INVDISTM im Meßdatenformat aus.
- ION_ENV: Legt die momentanen Pfade für die Daten-, Programm-, Temporär- und Grafikdateien fest und/oder zeigt sie an. Das Programm IONMENU zeigt in seinem Hauptbildschirm stets die im aktuellen Programmpfad verfügbaren Programme an; dies ermöglicht schnelles Wechseln zwischen den zur Ausführung der sphärischen und der kartesischen Variante der Charakteristikenmethode benötigten Programmsets durch einfaches Ändern dieser Pfadeinstellung.
- ISODRAW: Interaktives Zeichnen von Isolinien, deren Werte dann abgespeichert werden und mittels eines Interpolationsprogrammes zu entsprechenden skalaren Verteilungen auf einem Gitter interpoliert werden können; zur Erstellung von Testverteilungen als Alternative zum analytischen Modellieren geeignet.
- KONST: Erzeugt ein konstantes skalares Feld auf einem Gitter.
- MAGPREP, REMINT: Interaktive Tools zur Aufarbeitung von Meßdaten, z.B. zur Interpolation fehlender Vertikalkomponenten in den Magnetfelddaten oder zum Löschen fehlerhaften Vektoren in Daten des elektrischen Feldes.
- STATISSP: Gibt Mittelwert, Maximal- und Minimalwert, Standardabweichung sowie ein Histogramm eines skalaren Gitterfeldes aus.
- VECGRID: Programm zur Interpolation auf ein Gitter mittels sphärischer Elementarstromsysteme (vgl. Abschnitt 3.7); bei großen Interpolationsgittern wird die Benutzung der Tela-Version dieses Programms wegen dann erheblich verringerter Rechenzeit empfohlen.
- VECROT, VECROTMS: Rotiert als Kombination skalarer Felder (VECROT) oder als Meßdatenfelder (VECROTMS) gegebene horizontale Komponenten eines Vektorfeldes um einen vorgebbaren Winkel.

A4. Tela - Programme (Auswahl)

Diese Programme werden vom UNIX/LINUX-Prompt durch Eingabe von 'tela <Programmname>' aufgerufen. Neben den hier aufgeführten sind diverse weitere Konversions- und Hilfsprogramme, z.B. zur Transformation von STARE-Daten aus ihrem originalen Binärformat in das für den STARE-Datenviewer benötigte ASCII-Format oder zur Konvertierung von verschiedenen für Magnetfelddaten benutzten Datentypen wie WDC und IAGA, erstellt worden.

- stare.t: Datenviewer für STARE-Daten; es können einzelne oder mehrere Zeitschritte der STARE-Vektoren des elektrischen Feldes mit oder ohne die an jedem Datenpunkt empfangene Rückstreuung in Form des signal to noise-Verhältnisses (als Farbgrafik unterlegt) angezeigt und erstere im Meßdatenformat abgespeichert werden. Zudem kann die mittlere empfangene Rückstreuung, die Anzahl der Vektoren mit einer größeren als einer vorgebbaren Rückstreuung und die mittlere Feldstärke des elektrischen Feldes dieser Vektoren in einer Überblicksgrafik für die gesamte Datei oder für ausgewählte Zeitintervalle angezeigt werden. Schließlich können die Nord- und Ostkomponenten von \vec{E} des zentralen Längenprofils des STARE-Meßgebietes als Farbgrafik ebenfalls für die ganze Datei oder für Zeitintervalle gezeigt werden.
- magtimesteps.t, mariatimesteps.t, maccstimesteps.t: Speichert aus Daten der IMAGE-, SMA-, Grönland-, MARIA (CANOPUS)- und MACCS-Magnetometerketten Einzelzeitschritte im Meßdatenformat ab; optional kann dabei eine Mittelung über mehrere Zeitschritte vorgenommen werden.
- magrotate.t: Rotiert Magnetometer-Meßdaten-Dateien, die in lokalen magnetischen Koordinaten gemessen wurden, in das geographische Koordinatensystem; dabei wird das IGRF der entsprechenden Epoche zur Bestimmung der Rotationswinkels benutzt.
- heightsep.t: Tela-Version des MS/DOS-Programmes SPHCAP (s.o.).
- mincurv.t: Interpolation auf ein Gitter mit Hilfe der minimum curvature - Methode (vgl. Abschnitt 3.5).
- vecgrid.t: Interpolation auf ein Gitter mittels sphärischer Elementarstromsysteme (vgl. Abschnitt 3.7).
- nn.t: Interpolation auf ein Gitter mittels natural neighbour-Interpolation (vgl. Abschnitt 3.3); ruft das FORTRAN-Programm nndriver von M. Sambridge mit den vom Benutzer eingegebenen Parametern im Batch-Modus auf.
- allsky.t: Programm zur Lokation von Punkten in all sky camera - Bildern im geographischen Koordinatensystem.

A5. FORTRAN 77 - Programme

- fnroot, schfit, eqcurr, sche: Von den Treiberprogrammen SPHCAP (MS/DOS) bzw. heightsep.t (UNIX/LINUX) aufgerufene Programme zur Feldtrennung, -fortsetzung und Umrechnung in äquivalente Ströme (s. Abschnitt 2.3); fnroot berechnet die Koeffizienten $n_k(m)$ für vorgegebenes ϑ_0 und K ; schfit berechnet mit diesen die harmonischen spherical cap - Koeffizienten aus vorgegebenen Magnetfelddaten am Boden; eqcurr rechnet diese Koeffizienten in solche für die Stromfunktion der äquivalenten Ströme um; sche berechnet aus den ermittelten harmonischen Koeffizienten die durch Ableiten des magnetischen Potentials bzw. der Stromfunktion sich ergebenden Vektorfelder auf Gitterpunkten einer Kugelsphäre vorgebbaren Radius. Außer dem Programm eqcurr, das vom Autor geschrieben wurde, stammen alle diese Programme von G.V. Haines; sie sind gegenüber der in Haines (1988) gegebenen Form z.T. leicht modifiziert worden.
- nndriver: Programm zur Interpolation mit der natural neighbour - Methode von M. Sambridge.

Danksagung

Bei Herrn Prof. Dr. K.H. Glaßmeier möchte ich mich herzlich für die Übernahme und Betreuung dieser Arbeit, ebenso wie für seine Unterstützung bei der Mittelbeantragung und bei der Ermöglichung von Reisen zwecks Tagungsteilnahmen bedanken.

Mein besonderer Dank gilt der gesamten geophysical research division des Finnischen Meteorologischen Institutes (Helsinki) und seinem Direktor Prof. Dr. Risto Pellinen für die herzliche Aufnahme als gleichwertiger Partner während meines zweijährigen Forschungsaufenthaltes an diesem Institut, während dem der größte Teil des Inhaltes dieser Arbeit entstand. Hinsichtlich der fachlichen Zusammenarbeit bedanke ich mich vor allem bei den Dres. Ari Viljanen, Pekka Janhunen, Asko Huuskonen, Kirsti Kauristie, Arja Pajunpää, Jouni Rynø und Johan Silén sowie bei Prof. Dr. Hannu Koskinen. Neben dem fachlichen Anteil verdanke ich meinem Finnland-Aufenthalt auch wesentliche Erfahrungen im kulturellen und menschlichen Bereich.

Für anregende Diskussionen im engeren oder weiteren Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit bin ich Prof. Dr. J. Untiedt (Münster), Prof. Dr. Hermann Opgenoorth (Uppsala/ Schweden), Dr. Bernd Inhester (Katlenburg-Lindau), Dr. Raymond D. Greenwald (Laurel, Maryland/ USA) und Dr. Victor Sergeev (St. Petersburg/ Rußland) dankbar.

Weiterhin bin ich Dr. E. Nielsen (Katlenburg-Lindau) für die Überlassung von STARE-Daten, Dr. Tim Yeoman (Leicester/ England) für SuperDARN-Daten, Dr. Therese Moretto (Kopenhagen/ Dänemark) für Daten der Grönland-Magnetometerketten, Prof. Dr. H. Lühr (Potsdam) für seine Unterstützung bei der Auswertung von IMAGE-Daten sowie Dr. Malcolm Sambridge (Canberra/ Australien) dafür, daß er sein Programm zur natural neighbour - Interpolation zur Verfügung stellte, zu Dank verpflichtet.

Nicht zuletzt gilt mein Dank dem Deutschen Akademischen Auslandsdienst (DAAD) und der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), die durch ihre finanzielle Unterstützung diese wissenschaftliche Arbeit förderten.